



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

**ÚSTAV MECHANIKY TĚLES, MECHATRONIKY A
BIOMECHANIKY**

INSTITUTE OF SOLID MECHANICS, MECHATRONICS AND BIOMECHANICS

VÝPOČTOVÁ SIMULACE ROVNÁNÍ TRUBEK

COMPUTATIONAL SIMULATION OF LEVELING OF PIPES

DIPLOMOVÁ PRÁCE

MASTER'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Bc. Ondřej Peter

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

prof. Ing. Jindřich Petruška, CSc.

BRNO 2017

Zadání diplomové práce

Ústav: Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky
Student: **Bc. Ondřej Peter**
Studijní program: Aplikované vědy v inženýrství
Studijní obor: Inženýrská mechanika a biomechanika
Vedoucí práce: **prof. Ing. Jindřich Petruška, CSc.**
Akademický rok: 2016/17

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č. 111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma diplomové práce:

Výpočtová simulace rovnání trubek

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Posuďte využitelnost stávajícího algoritmu pro rychlou analýzu kosoúhlého rovnání plných tyčí kruhového průřezu i pro trubky. Proveďte verifikaci srovnáním rychlého algoritmu s výsledky v systému ANSYS, resp. Abaqus. Posuďte efektivnost rychlého algoritmu a jeho omezení z hlediska schopnosti popsat vliv rovnání na ovalitu/borcení příčného průřezu trubky.

Cíle diplomové práce:

1. Vytvořte pomocí MKP řadu modelů rovnané trubky s různou mírou tenkostěnnosti jako proměnným parametrem a proveďte simulace rovnání
2. Srovnajte získaná řešení s výsledky, dosaženými rychlým algoritmem dle literatury
3. Kvantifikujte vliv tenkostěnnosti na velikost rozdílu mezi výsledky obou přístupů

Seznam literatury:

PETRUŠKA, J.; NÁVRAT, T.; ŠEBEK, F.: Novel approach to computational simulation of cross roll straightening of bars, Journal of Materials Processing Technology, Vol.233, (2016), No.7, pp.53-67

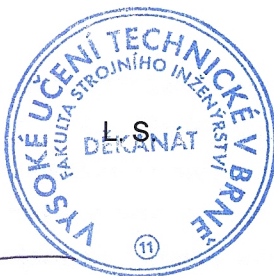
PETRUŠKA, J.; NÁVRAT, T.; ŠEBEK, F.: A New Model for Fast Analysis of Leveling Process, Advanced Materials Research, Vol.586, (2012), No.1, pp.389-393

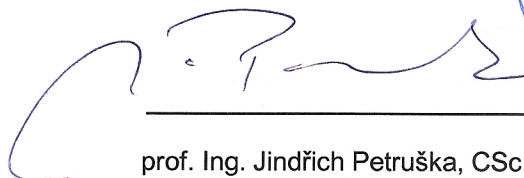
MARCINIAK, Z.: Teorie tváření plechů. Praha, SNTL, 1964

ZHANG, Z.Q., YAN, Y.H., YANG, H.L.: A simplified model of maximum cross-section flattening in continuous rotary straightening process of thin-walled circular steel tubes, Journal of Materials Processing Technology 238 (2016) 305–314

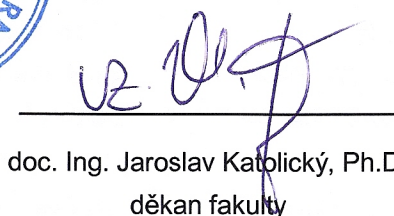
Termín odevzdání diplomové práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2016/17.

V Brně, dne 7. 10. 2016





prof. Ing. Jindřich Petruška, CSc.
ředitel ústavu



doc. Ing. Jaroslav Katolický, Ph.D.
děkan fakulty

ABSTRAKT

Diplomová práce se zabývá výpočtovou simulací kosoúhlého rovnání trubek s různou mírou tenkostěnnosti. Na základě Lagrangeova přístupu byla vytvořena a následně řešena řada MKP modelů rovnané trubky v komerčním softwaru ANSYS. Dále byla řešena řada modelů rovnané trubky algoritmem založeným na Eulerovském přístupu vytvořeným na ÚMTMB FSI VUT. Na základě porovnání výstupních parametrů od obou algoritmů bylo zjištěno, že do poměru d/D (vnitřní/vnější průměr trubky) = 0,43 jsou výstupní parametry srovnatelné.

KLÍČOVÁ SLOVA

MKP, metoda konečných prvků, kosoúhlé rovnání, trubka

ABSTRACT

The master thesis deals with the computational simulation of cross-roll leveling of tubes with various degrees of thickness. Based on the Lagrange approach, a several FEM models of curved tube were developed and subsequently solved in ANSYS commercial software. Furthermore, a several models of curved tube were solved by algorithm based on the Euler approach created at UMTMB FME BUT. Based on the comparison of output parameters from both algorithms it was found that the output parameters are comparable to the d/D ratio (inner/outer diameter of the tube) = 0.43.

KEY WORDS

FEM, finite element method, cross-roll leveling, tube

BIBLIOGRAFICKÁ CITACE

PETER, O. *Výpočtová simulace rovnání trubek*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2017. 76 s. Vedoucí diplomové práce prof. Ing. Jindřich Petruška, CSc..

PROHLÁŠENÍ AUTORA O PŮVODNOSTI PRÁCE

Tímto prohlašuji, že jsem diplomovou práci na téma *Výpočtová simulace rovnání trubek* vypracoval samostatně s využitím uvedené literatury a na základě konzultací s vedoucím diplomové práce.

Ondřej Peter

PODĚKOVÁNÍ

Rád bych poděkoval svému vedoucímu diplomové práce prof. Ing. Jindřichu Petruškovi, CSc. za jeho cenné rady, ochotu a vedení této práce.

Dále bych rád poděkoval doc. Ing. Tomáši Návratovi, Ph.D. a Ing. Markovi Benešovskému za rady a připomínky k Eulerovskému algoritmu.

V neposlední řadě bych rád poděkoval své rodině a blízkým za trpělivost a podporu při psaní této práce.

OBSAH

1. Úvod	13
2. Formulace úlohy a cíle řešení	14
2.1. Formulace problémové situace.....	14
2.2. Formulace úlohy	14
2.3. Cíle řešení.....	14
3. Současný stav poznání.....	15
3.1. Základní princip rovnání	15
3.2. Princip kosoúhlého rovnání.....	16
3.3. Rozdělení kosoúhlých rovnaček.....	16
3.4. Kontaktní oblast mezi válcem a tyčí/trubkou.....	18
3.5. Plasticita	19
3.6. Inkrementální (přírůstková) teorie plasticity	19
3.6.1. Mezní podmínka plasticity	20
3.6.2. Zákon plastického tečení.....	21
3.6.3. Zákon zpevnění materiálu	21
3.7. Základní modely materiálu používané v plasticitě.....	23
3.8. Elastoplastický ohyb trubky	24
3.9. Zbytkové napětí	28
3.10. Kruhovitost příčného průřezu.....	29
3.11. Borcení příčného průřezu	31
3.12. Rozdíl mezi Lagrangeovým a Eulerovým popisem kontinua	32
3.13. Rešerše.....	33
4. Analýza úlohy	34
4.1. Zhodnocení rešeršní studie	34
4.2. Vymezení hranic úlohy	34
4.3. Systém podstatných veličin $\Sigma(\Omega)$	35
5. Výpočtové modelování dle Lagrangeova přístupu	36
5.1. MKP jako variační metoda.....	36
5.1.1. Použité prvky	37
5.2. Použitý software	39
5.3. Výpočtový model	39
5.3.1. Model materiálu	39
5.3.2. Model geometrie	39
5.3.3. Model vazeb.....	42
5.3.4. Konečno-prvková síť	43
5.3.5. Okrajové podmínky.....	45
5.4. Vstupní a výstupní parametry.....	46
5.5. Průběh ladění výpočtových modelů	47

5.5.1. Použitý software	47
5.5.2. Model geometrie a vazeb.....	48
5.5.3. Konvergence konečno-prvkové sítě	49
5.5.4. Okrajové podmínky	51
6. Výpočtové modelování dle Eulerova přístupu	52
6.1. Základní princip	52
6.2. Vstupní a výstupní parametry	52
7. Prezentace a analýza výsledků.....	53
7.1. Výstupní křivost.....	53
7.2. Zbytková napjatost.....	55
7.3. Kruhovitost příčného průřezu	60
7.4. Reakční síly na válcích	64
7.5. Časová náročnost výpočtů	65
8. Závěr	66
Použitá literatura.....	68
Seznam použitých symbolů a veličin	71
Seznam obrázků	73
Seznam tabulek.....	75
Seznam příloh	76

1. Úvod

V technické praxi mají trubky široké využití v potrubních sítích, leteckém, vojenském i petrochemickém průmyslu. Jsou však obvykle po procesu válcování v důsledku působení vnějších i vnitřních sil či teploty zakřiveny. Aby bylo dosaženo přímosti trubky, využívá se kosoúhlého rovnání.

Na ústavu mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky FSI VUT byl ve spolupráci s firmou ŽĎAS vytvořen doc. Ing. Tomášem Návratem, Ph.D., prof. Ing. Jindřichem Petruškou, CSc. a Ing. Františkem Šebkem, Ph.D. algoritmus pro simulaci kosoúhlého rovnání tyčí založeném na Eulerovském přístupu k popisu kontinua. Jelikož vytvořený algoritmus má potenciál, po mírných úpravách, také simulovat kosoúhlé rovnání trubek, bylo vytvořeno zadání této diplomové práce za cílem zjistit, do jaké míry tenkostěnnosti se výstupní parametry budou shodovat v porovnání s výpočtovým modelem vytvořeným v komerčním softwaru na základě Lagrangeovského přístupu k popisu kontinua.

2. Formulace úlohy a cíle řešení

2.1. Formulace problémové situace

Na Ústavu mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky byl ve spolupráci s firmou ŽĎAS vytvořen doc. Ing. Tomášem Návratem, Ph.D., prof. Ing. Jindřichem Petruškou, CSc. a Ing. Františkem Šebkem, Ph.D. rychlý (Eulerovský) algoritmus pro kosoúhlé rovnání tyčí kruhového průřezu na kosoúhlých rovnačkách. Následně byl tento rychlý algoritmus ověřen pomocí výpočtového modelování Ing. Markem Benešovským. Nyní se naskýtá otázka, zda lze rychlý algoritmus použít i pro kosoúhlé rovnání trubek. Je potřeba provést verifikaci srovnáním rychlého algoritmu s výsledky v systému ANSYS (na základě Lagrangeovského přístupu) a posoudit jeho efektivnost a omezení z hlediska schopnosti popsat vliv rovnání na kruhovitost/borcení příčného průřezu.

2.2. Formulace úlohy

Aplikace Lagrangeovského algoritmu na rovnání trubek a srovnání získaných výsledků s algoritmem Eulerovským.

2.3. Cíle řešení

- Vytvořit pomocí MKP řadu modelů rovnané trubky s různou mírou tenkostěnnosti jako proměnným parametrem a provést simulaci rovnání.
- Srovnat získaná řešení s výsledky dosaženými Eulerovským algoritmem dle literatury.
- Kvantifikovat vliv tenkostěnnosti na velikost rozdílu mezi výsledky obou přístupů.

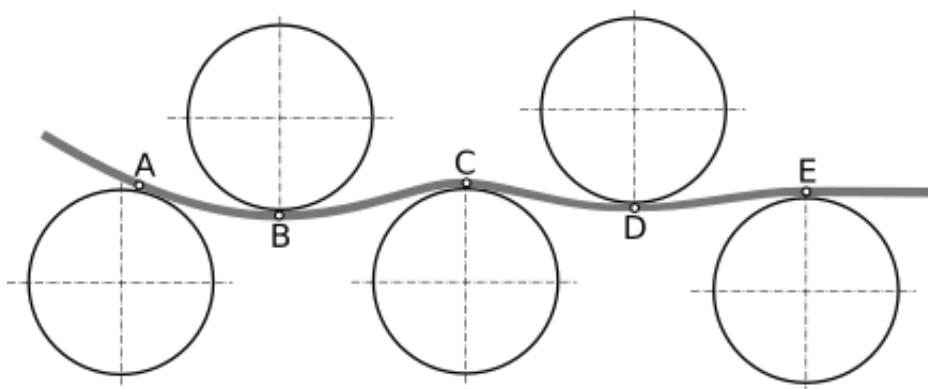
3. Současný stav poznání

3.1. Základní princip rovnání

Tato kapitola byla zpracována dle [1].

Rovnání se provádí za účelem snížení počáteční křivosti materiálu. Faktory, které mají na účinnost rovnání vliv jsou např. rozteč válců, průměr válců, počet válců a také přesazení válců. Válce by měly být nastaveny tak, aby došlo k vyrovnání zakřiveného materiálu, ale také tak, aby při rovnání rovného materiálu byl při průchodu rovnačkou materiál stále rovný.

Základní princip rovnání bude vysvětlen na rovnačce na plech. Zakřivený plech prochází řadou střídavě umístěných válců a ty jej ohýbají v různých směrech. Válce zde nejsou nijak natočeny vůči rovnanému plechu, tudíž dochází pouze k jeho axiálnímu pohybu. K největšímu ohybu plechu dochází v prvních válcích, kde dojde nejprve k navýšení křivosti oproti původní křivosti plechu a následně se tato křivost snižuje.



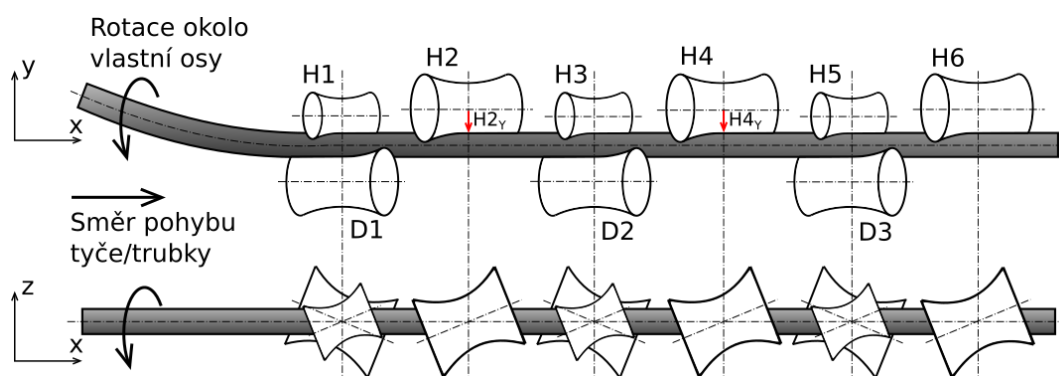
Obr. 1: Schéma rovnačky na plech

Dále bude popsáno chování plechu při jeho průchodu rovnačkou. Plech vchází do rovnačky v bodě A s počáteční křivostí $-k_0$. Posune-li se do místa B, pod druhý válec, dojde k navýšení jeho křivosti na hodnotu $-k_1$ pouze za elastických deformací. V bodě C dojde ke změně směru křivosti na hodnotu $+k_2$ a zde již dochází k elastoplastickým deformacím. Pod čtvrtým válcem v bodě D dojde opět ke změně směru křivosti na hodnotu $-k_1$ a dojde pouze k nepatrným elastoplastickým deformacím. U poslední válce klesá křivost na nulu.

3.2. Princip kosoúhlého rovnání

Tato kapitola byla částečně zpracována dle [1],[11],[12].

Kosoúhlé rovnání materiálu¹ se nejčastěji provádí na kosoúhlých rovnačkách, skládajících se z několika rovnacích válců, které mají tvar rotačních jednoosých hyperboloidů. Tyto válce mohou být buď konvexní nebo konkávní dle použité rovnačky (viz kap. 3.3). Válce jsou vůči rovnanému materiálu natočeny, což při roztočení poháněných válců způsobí jak axiální pohyb materiálu, tak i rotaci kolem jeho osy. Lze tedy říci, že rovnaný materiál koná šroubovicový pohyb, který je dán třecími momenty na poháněných válcích. Zároveň lze také konstatovat, že vlivem šroubovicového pohybu materiálu dojde k rovnání ve všech rovinách.



Obr. 2: Schéma kosoúhlého rovnání

3.3. Rozdělení kosoúhlých rovnaček

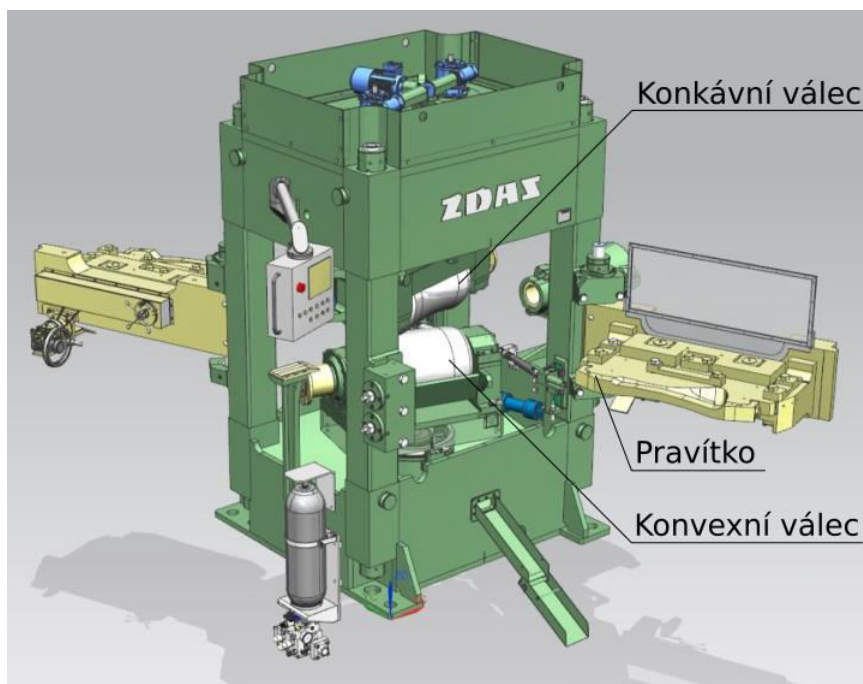
Tato kapitola byla zpracována dle [19],[20].

Pro rovnání tyčí kruhového průřezu a trubek se nejvíce využívají kosoúhlé rovnačky. Tyto rovnačky dosahují velké přesnosti, která se pohybuje okolo 0,05 mm/m.

- **Dvouválcové kosoúhlé rovnačky**

Jedná se o nejjednodušší typ kosoúhlých rovnaček. Skládá se ze dvou válců, kde horní válec má zpravidla konkávní tvar a spodní válec tvar konvexní. Oba tyto válce jsou samostatně poháněny. K vedení tyčí mezi válci slouží pravítka. Výhodou těchto rovnaček je vyšší kvalita rovnání včetně konců tyčí. Nevýhodou je nutnost použití pravítek, které mohou poškodit povrch rovnaného materiálu.

¹Materiálem jsou myšleny tyče a trubky kruhového průřezu.



Obr. 3: Dvouválcová rovnačka XRK 2-90 [21]

- **Víceválcové kosoúhlé rovnačky**

Z důvodu nutnosti použití vodících pravítek byly vyvinuty rovnačky víceválcové. Odstraněním vodících pravítek lze navýšit úhel natočení válců a tím zvýšit axiální rychlost posuvu materiálu. Všechny válce u těchto rovnaček jsou konkávní. Dle provedení existují rovnačky, které mají všechny válce poháněné nebo rovnačky, které mají poháněny pouze dolní válce. Velikou nevýhodou těchto rovnaček je skutečnost, že nedokážou rovnat konce tyčí/trubek.

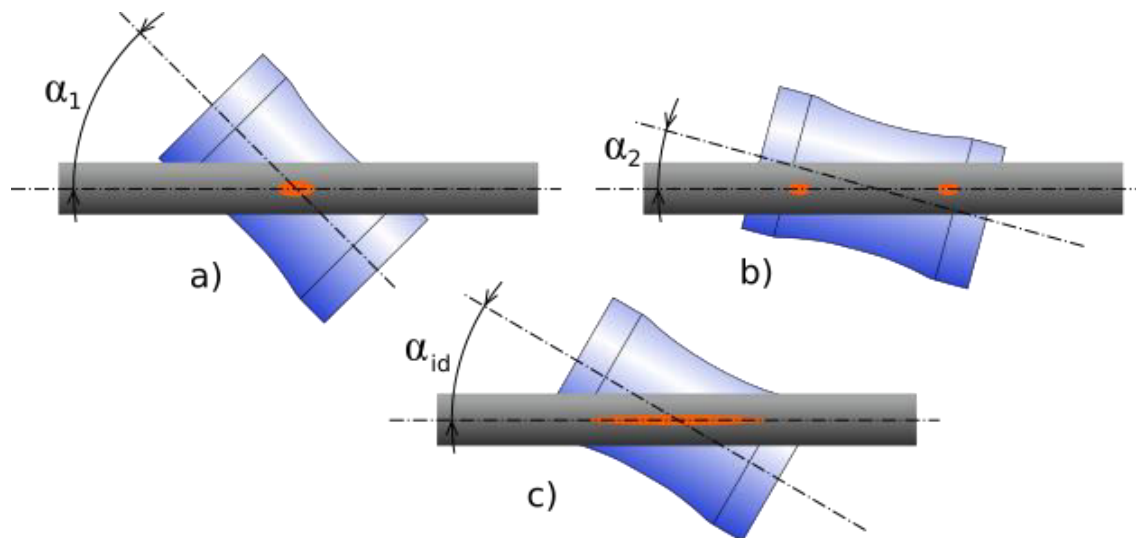


Obr. 4: Víceválcová rovnačka [19]

3.4. Kontaktní oblast mezi válcem a tyčí/trubkou

Tato kapitola byla zpracována dle [22].

Jak již bylo v předchozích kapitolách řečeno, tvar válců u víceválcových rovnaček bývá zpravidla konkávní a hyperbolický. Aby bylo možné na jedné rovnačce rovnat materiál o různých velikostech, jsou válce úhlově nastavitelné. Nastavením správného úhlu lze dosáhnout liniového styku mezi tyčí/trubkou a válcem nejlépe po celé pracovní ploše válce. Bude-li úhel válce nastaven jinak, může docházet k jednobodovému nebo dvoubodovému styku s tyčí/trubkou, což povede k nadměrnému a nežádoucímu opotřebovávání válců.



Obr. 5: Kontaktní oblast mezi válcem a tyčí/trubkou a) jednobodový styk, b) dvoubodový styk, c) ideální liniový styk

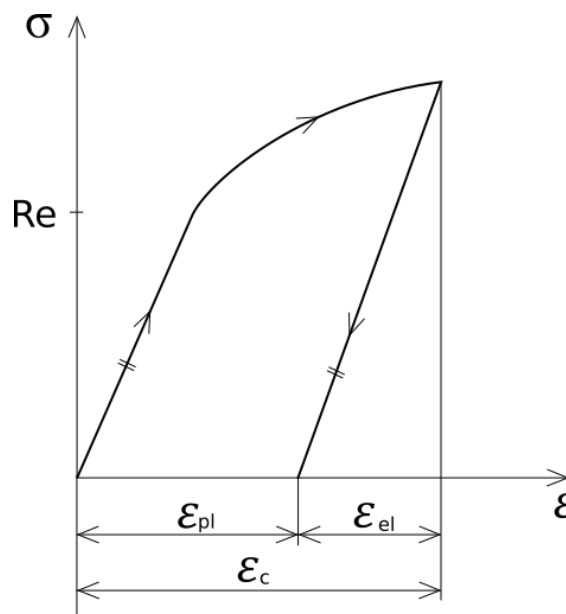
3.5. Plasticita

Tato kapitola byla zpracována dle [5],[6].

Plasticitu lze definovat jako materiálové chování, kdy po překročení meze kluzu R_e při dalším zatěžování zůstává trvalá deformace. Při následném odlehčování se materiál chová elasticky a křivka odlehčování má stejnou směrnici jako křivka zatěžování do meze kluzu. Výsledné přetvoření je pak součtem elastické a plastické složky.

$$\varepsilon_c = \varepsilon_{el} + \varepsilon_{pl} \quad (1)$$

Takovéto chování lze nejlépe ukázat v tahovém diagramu σ - ε v případě jednoosé napjatosti.



Obr. 6: Plastická deformace v diagram σ - ε při jednoosé napjatosti

3.6. Inkrementální (přírůstková) teorie plasticity

Tato kapitola byla zpracována dle [5],[6],[7],[8].

Jedná se o nejvíce rozšířenou teorii, která předpokládá v plastické oblasti nestlačitelnost materiálu. Ve výpočtových systémech bývá tato teorie používána nejčastěji.

K popisu pružně-plastického chování materiálu je nutné znát:

- Mezní podmínku plasticity
- Zákon plastického tečení
- Zákon zpevnění materiálu

3.6.1. Mezní podmínka plasticity

Vznik plastických deformací je podmíněn v případě jednoosé napjatosti překročením meze kluzu v tahu. Zda dojde k plastizaci při jednoosém namáhání a úvaze ideálně elastoplastického materiálu (bez zpevnění) určuje funkce plasticity f , která musí splňovat tzv. podmínku plasticity.

$$f = \sigma_1 - R_e = 0 \quad (2)$$

U takto definované funkce plasticity platí, že pokud je $f < 0$, materiál je v elastickém stavu a pokud je $f = 0$, dochází v materiálu k plastizaci.

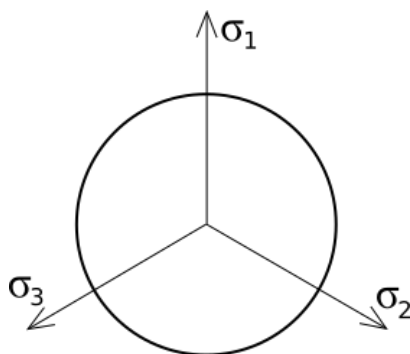
V případě víceosého namáhání je situace složitější, a pro obecný stav napjatosti a ideálně elastoplastický materiál lze podmínku plasticity (2) přepsat do tvaru:

$$f(\sigma) = \bar{f}(\sigma) - R_e = 0 \quad (3)$$

Podmínka plasticity, která se v případě obecné napjatosti používá nejčastěji, se nazývá HMH (Von Misesova) a lze ji vyjádřit pomocí hlavních napětí σ_1 , σ_2 a σ_3 ve formě:

$$\bar{f}(\sigma) = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} \quad (4)$$

Zobrazení podmínky plasticity v souřadném systému hlavních napětí se nazývá plocha plasticity. U podmínky plasticity HMH je plochou plasticity válec s osou odpovídající přímce $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$. Častěji se však zobrazuje její průmět v deviatorové rovině², kde má plocha plasticity u podmínky plasticity HMH tvar kružnice.



Obr. 7: Znáznornění plochy plasticity HMH u ideálně elastoplastického materiálu

² Deviatorová rovina je rovina, kde platí $\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = \text{konst.}$

3.6.2. Zákon plastického tečení

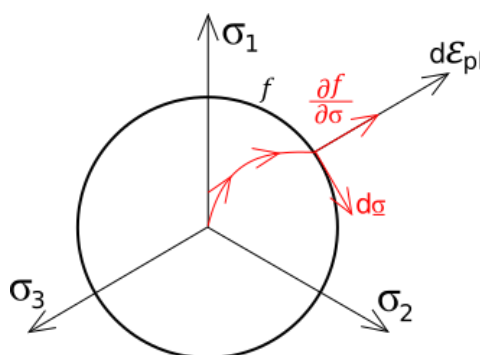
Tento zákon definuje, jakým způsobem závisí přírůstek plastické deformace na stavu a přírůstku napjatosti a je popsán vztahem:

$$d\varepsilon_{pl} = \frac{\partial Q}{\partial \underline{\sigma}} d\lambda \quad (5)$$

kde Q značí plastický potenciál a λ plastický multiplikátor³. Jelikož plastický potenciál Q bývá často identický s plochou plasticity f , lze psát:

$$d\varepsilon_{pl} = \frac{\partial f}{\partial \underline{\sigma}} d\lambda \quad (6)$$

Přírůstek plastických přetvoření je tedy kolmý na plochu plasticity, viz **Obr. 8**.



Obr. 8: Zákon plastického tečení na ploše plasticity

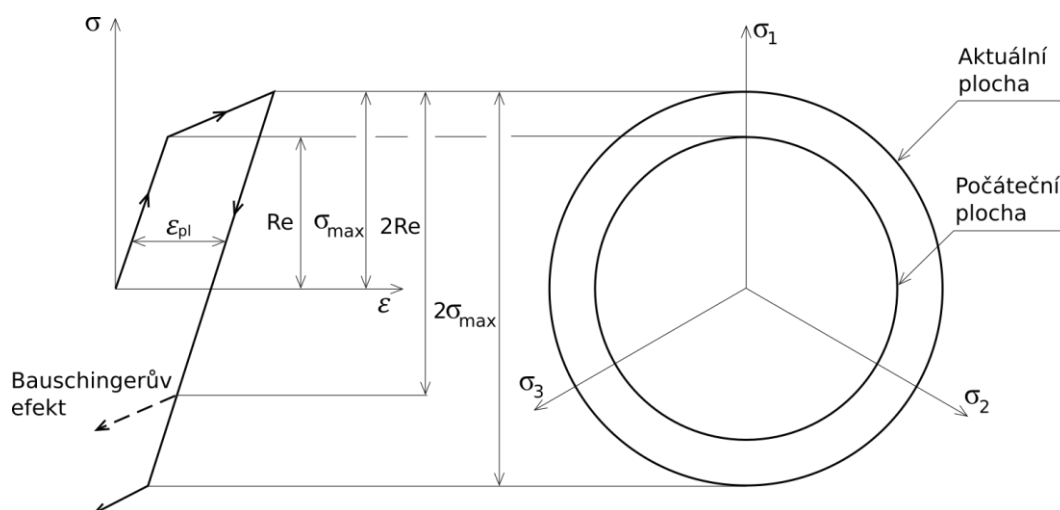
3.6.3. Zákon zpevnění materiálu

Tento zákon definuje, jak se vyvíjí napjatost po dosažení mezní podmínky a dalším zatěžování materiálu. U ideálně elastoplastických materiálů je plocha plasticity neměnná, u materiálů se zpevněním se však mění obecně rozměry, tvar i poloha plochy plasticity. Jakým způsobem se mění původní plocha plasticity při zatěžování udává tzv. zákon zpevnění materiálu. Prakticky lze rozdělit zákon zpevnění na dva základní modely, a to na izotropní a kinematické.

U izotropního zpevnění se plocha plasticity zvětšuje ve všech směrech stejnoměrně a počátek zůstává v počátku souřadného systému. Při použití podmínky HMH se tedy bude měnit pouze poloměr plochy plasticity. Tento model plasticity není schopen popsat správně Bauschingerův efekt⁴. Na **Obr. 9** vlevo je diagram σ - ε , na kterém je zobrazena deformační odezva modelu plasticity s izotropním zpevněním při jednoosém silovém namáhání. Jakmile napětí překročí v součásti mez kluzu, začne se při dalším zatěžování plocha plasticity "nafukovat", nebo-li se začne zvětšovat její poloměr. Při následném odlehčení může dojít ke změně plastické deformace až v případě, kdy napětí dosáhne záporně vzaté maximální hodnoty z kladné větve.

³Plastický multiplikátor je skalár, který říká, jak velký přírůstek ε_{pl} bude při daném přírůstku σ .

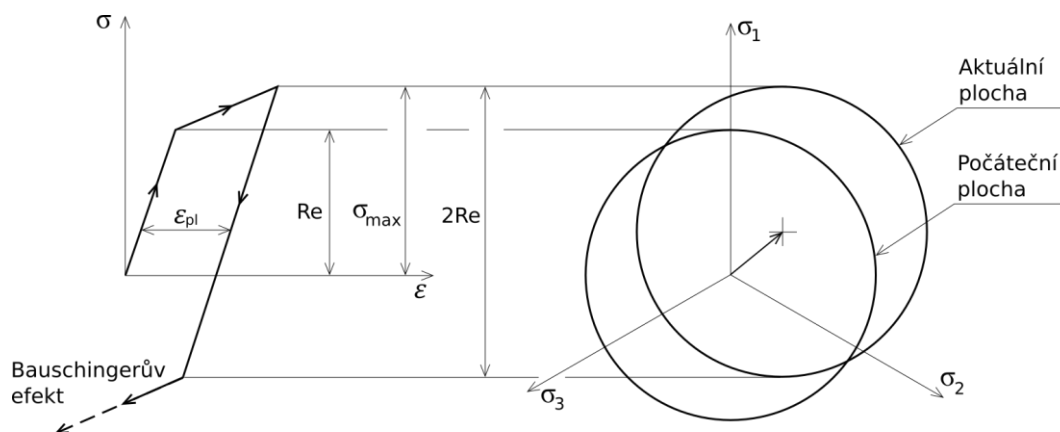
⁴Bauschingerův efekt popisuje skutečnost, že v důsledku plastické deformace materiálu v jednom směru se snižuje mez pro vznik plastické deformace ve směru opačném.



Obr. 9: Vývoj plochy plasticity u izotropního zpevnění

Pro případ cyklického namáhání se použití modelu izotropního zpevnění nedoporučuje, jelikož neodpovídá typickému chování tvárných materiálů z důvodu neschopnosti popsat již zmíněný Bauschingerův efekt.

U kinemického zpevnění se mění pouze poloha plochy plasticity a dochází k jejímu posouvání v prostoru hlavních napětí. Tento model plasticity umožňuje zachytit Bauschingerův efekt. Jakmile napětí překročí mez kluzu u jednoosého namáhání, začne se při dalším zatěžování plocha plasticity posouvat. Při následném odlehčení dojde ke změně plastické deformace až při odlehčení o hodnotu napětí $2Re$. Pro symetrické střídavé zatížení je odezvou modelu uzavřená hysterezní smyčka.



Obr. 10: Vývoj plochy plasticity u kinemického zpevnění

Dalšími modely, které popisují zpevnění materiálu, je např. kombinované zpevnění. Jedná se o kombinaci izotropního a kinemického zpevnění.

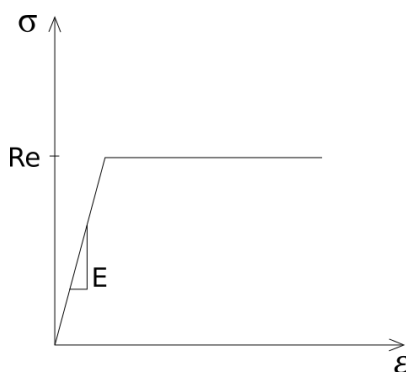
3.7. Základní modely materiálu používané v plasticitě

Tato kapitola byla zpracována dle [6].

Jako aproximace tahového diagramu se ve výpočtových systémech používají tyto základní modely:

- **Ideálně elastoplastický model**

Tento model neuvažuje zpevnění materiálu. Při dosažení hodnoty meze kluzu započne plastizace materiálu, avšak při dalším zatěžování již velikost napjatosti neroste (drží si hodnotu meze kluzu) a zvyšuje se pouze velikost plastické deformace. Plocha plasticity se tedy u tohoto modelu nemění. Elastická lineární část je dána modulem pružnosti v tahu E .

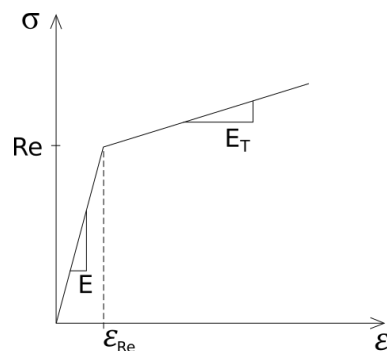


Obr. 11: Ideálně elastoplastický model

- **Bilineární elastoplastický model**

Jedná se o model, který uvažuje zpevnění materiálu a je tvořen dvěma lineárními křivkami. První křivka popisuje elastickou lineární část a je dána modulem pružnosti v tahu E . Druhá křivka popisuje část lineárně elastoplastickou a je dána modulem zpevnění E_T . Při dosažení hodnoty meze kluzu započne plastizace materiálu a při dalším zatěžování roste jak hodnota plastické deformace tak i napětí. Dochází ke změně plochy plasticity dle použitého modelu zpevnění (izotropní, kinematické, atd.). Modul zpevnění E_T lineárně elastoplastické křivky lze určit dle:

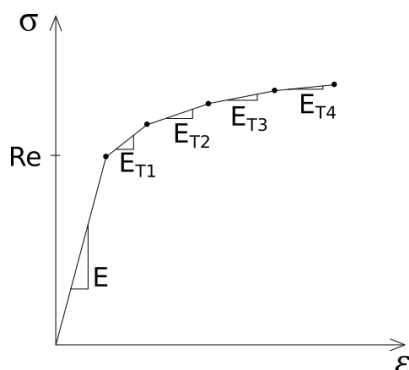
$$E_T = \frac{Re - \sigma}{\varepsilon_{Re} - \varepsilon} \quad (7)$$



Obr. 12: Bilineární elastoplastický model

- **Multilineární elastoplastický model**

Obdoba bilineárního elastoplastického modelu. Elastoplastická oblast není popsána pouze jednou lineární křivkou, ale několika lineárními křivkami, kde každá z nich má vlastní modul zpevnění E_T .

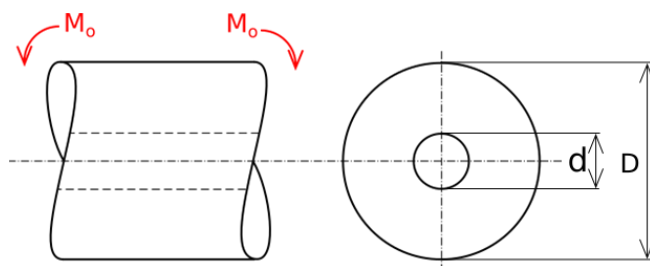


Obr. 13: Multilineární elastoplastický model

3.8. Elastoplastický ohyb trubky

Tato kapitola byla zpracována dle [6],[9].

Mějme trubku zatíženou ohybovým momentem z ideálně elastoplastického materiálu dle Obr. 14.



Obr. 14: Schéma trubky zatížené ohybovým momentem

Zajímá nás, jak hodně je nutné nosník přetížit, aby v trubce vznikl plastický kloub⁵. Potřebujeme znát velikost elastického momentu⁶ a mezní hodnotu plastického momentu⁷.

Nejprve si vyjádříme velikost elastického momentu. Budeme vycházet ze vztahu pro výpočet ohybového napětí při elastické deformaci.

$$\sigma_o = \frac{M_o}{W_o} \quad (8)$$

⁵Vzniká při zplaztizování celého průřezu za předpokladu ideálně plastického materiálu.

⁶Elastický moment je moment, při kterém se začnou v tělese objevovat první makroplastické deformace.

⁷Plastický moment je moment, při kterém dojde ke zplaztizování celého průřezu.

Dosazením meze kluzu za ohybové napětí a následným vytknutím ohybového momentu získáme vztah pro výpočet elastického momentu, při kterém začnou v tělese vznikat první makro plastické deformace.

$$Re = \frac{M_o}{W_o} \rightarrow M_o = Re \cdot W_o \quad (9)$$

Modul průřezu při elastické deformaci pro příčný průřez typu mezikruží odpovídá vztahu:

$$W_{o_EL} = \frac{\pi}{32 \cdot D} \cdot (D^4 - d^4) \quad (10)$$

kde D je vnější průměr a d vnitřní průměr.

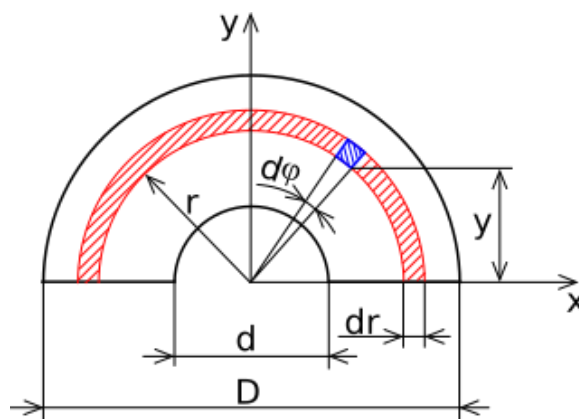
Dosazením vztahu (10) do vztahu (9) dostaneme finální tvar elastického momentu:

$$M_{EL} = \frac{\pi \cdot Re}{32 \cdot D} \cdot (D^4 - d^4) \quad (11)$$

Abychom stanovili mezní hodnotu plastického momentu, je potřeba odvodit vztah pro modul průřezu při zplaztizování celého příčného průřezu. Obecně platí, že plastický modul průřezu stanovíme jako dvojnásobek statického momentu poloviny řešeného průřezu k neutrální ose.

$$W_{o_PL} = 2 \cdot U_x \quad (12)$$

Pro výpočet statického momentu budeme tedy uvažovat polovinu příčného průřezu dle Obr. 15.



Obr. 15: Schéma výpočtu statického momentu

Diferenciál plochy proužku určíme jako:

$$dA = r \cdot dr \cdot d\varphi \quad (13)$$

Vzdálenost y elementárního prvku můžeme vyjádřit jako:

$$y = r \cdot \sin(\varphi) \quad (14)$$

Nyní můžeme přejít ke stanovení statického momentu.

$$\begin{aligned}
 U_x &= \int_A y \cdot dA = \int_0^\pi \int_{\frac{d}{2}}^{\frac{D}{2}} r^2 \cdot \sin(\varphi) \cdot dr \cdot d\varphi = \\
 &= \left[\frac{r^3}{3} \right]_{\frac{d}{2}}^{\frac{D}{2}} \cdot [-\cos(\varphi)]_0^\pi = \frac{1}{24} \cdot (D^3 - d^3) \cdot (-(-1 - (+1))) = \\
 U_x &= \frac{1}{12} \cdot (D^3 - d^3)
 \end{aligned} \tag{15}$$

Doposud jsme uvažovali pouze polovinu příčného průřezu. Vynásobíme-li tedy dvakrát zjištěný statický moment, dostaneme vztah pro plastický modul průřezu (12):

$$W_{o_PL} = 2 \cdot \frac{1}{12} \cdot (D^3 - d^3) = \frac{1}{6} \cdot (D^3 - d^3) \tag{16}$$

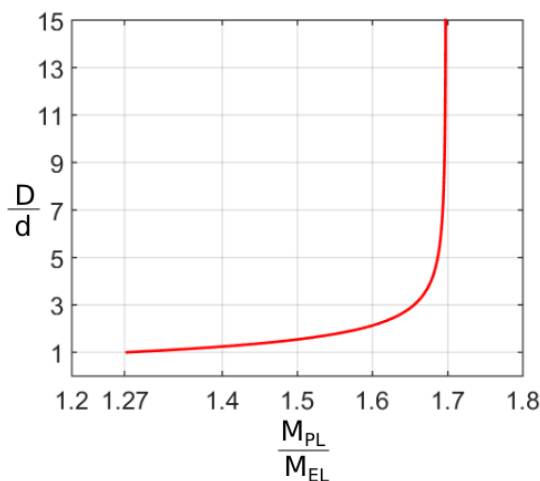
Dosazením vztahu (16) do vztahu (9) získáme rovnici popisující mezní hodnotu plastického momentu.

$$M_{PL} = Re \cdot W_{o_PL} = \frac{Re}{6} \cdot (D^3 - d^3) \tag{17}$$

Porovnáme-li nyní mezní hodnotu plastického momentu s hodnotou elastického momentu, zjistíme, o kolik procent můžeme nosník přetížit než dojde k vytvoření plastického kloubu.

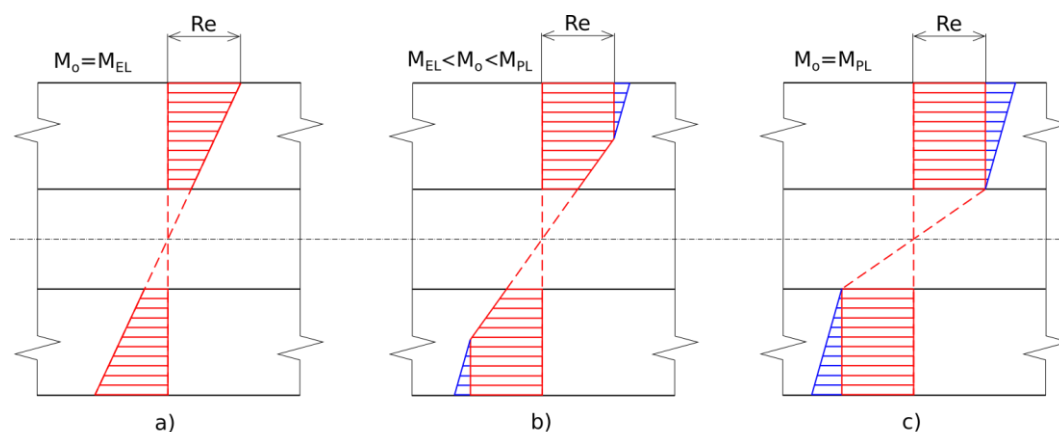
$$\frac{M_{PL}}{M_{EL}} = \frac{16D}{3\pi} \cdot \frac{(D^3 - d^3)}{(D^4 - d^4)} \tag{18}$$

Podíváme-li se, jak vypadá tento poměr v závislosti na tenkostěnnosti trubky, zjistíme, že přibližně od poměru $D/d = 9$ se hodnota poměru M_{PL}/M_{EL} ustálí zhruba na hodnotě 1,7. V případě extrémně tenkostěnných trubek dojde ke vzniku plastického kloubu při $M_{PL} \doteq 1,27 M_{EL}$.



Obr. 16: Závislost mezi poměry momentů a průměrů

Vývoj ohybového napětí v trubce zatížené ohybovým momentem je zobrazen na Obr. 17. Červenou barvou je zobrazena napjatost v případě ideálně elastoplastického materiálu, modrou barvou napjatost u materiálu se zpevněním. Zatížíme-li trubku ohybovým momentem rovným elastickému momentu, v krajních vláknech trubky dosáhne ohybové napětí hodnoty meze kluzu (Obr. 17a)). Dalším navyšování ohybového momentu se dostaneme do fáze, kdy se v trubce začnou vyskytovat elastoplastické deformace. Bude-li tedy ohybový moment vyšší než moment elastický a nižší než moment plastický, ohybová napjatost bude odpovídat situaci na Obr. 17b)). Jakmile ohybový moment dosáhne hodnoty plastického momentu, zplaztizuje celý příčný průřez a dojde k vytvoření plastického kloubu (Obr. 17c)).



Obr. 17: Ohybová napjatost po příčném průřezu a) při prvních makroplastických deformacích, b) při elastoplastických deformacích, c) při zplaztizování celého průřezu

3.9. Zbytkové napětí

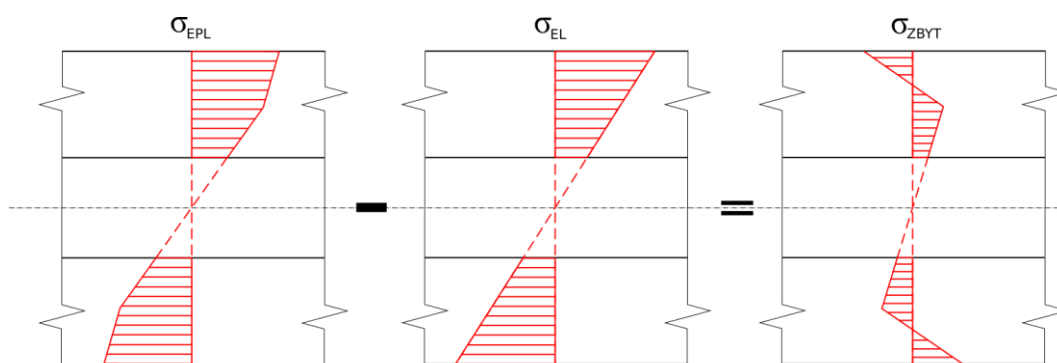
Tato kapitola byla zpracována dle [6].

Mějme opět trubku zatíženou ohybovým momentem stejně jako v předchozí kapitole. Uvažujme materiál se zpevněním. Dále uvažujme že $M_{EL} < M_0 < M_{PL}$, v trubce se bude tedy vyskytovat elastoplastické napětí (viz Obr. 17b)). Po odlehčení zbudou v trubce zbytková napětí, které lze určit následujícím vztahem:

$$\sigma_{zbyt} = \sigma_{epI} - \sigma_{el}^* \quad (19)$$

kde σ_{epI} je skutečné elastoplastické napětí při daném konkrétním zatížení a σ_{el}^* je fiktivní elastické napětí, které by vzniklo při tomtéž vnějším zatížení, kdybychom neuvažovali plastické chování.

Zbytková napětí lze nazvat samorovnovážná, což znamená, že z hlediska vnějšího zatížení nepůsobí nic a vnitřní napětí jsou vyrovnána, ale nenulová.

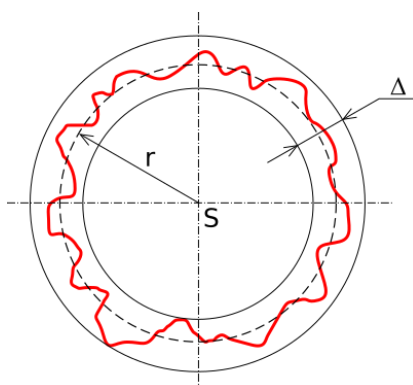


Obr. 18: Grafický popis výpočtu zbytkového napětí

3.10. Kruhovitost příčného průřezu

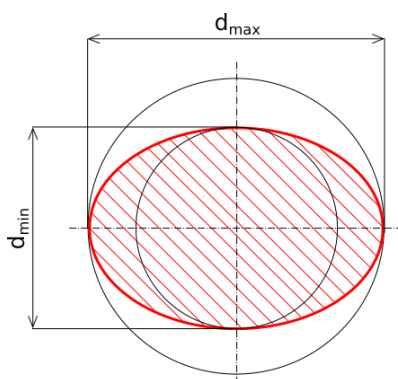
Tato kapitola byla zpracována dle [2],[23],[24].

Kruhovitost je určena polohou dvou soustředných kružnic tak, aby vzdálenost mezi nimi byla nejmenší. První z obou kružnic je kružnicí obalovou (vepsanou pro profil díry, opsanou pro profil hřídele), druhá kružnice je s ní soustředná a dotýká se povrchu. Pro vyhodnocení se vybírají takové dvě kružnice, jejichž radiální vzdálenost Δ je nejmenší (**Obr. 19**).



Obr. 19: Obalové kružnice

Zvláštním případem kruhovitosti je ovalita. Ovalitou lze rozumět úchylku kruhovitosti, při níž je skutečný profil ovál, jehož největší a nejmenší rozměr leží ve vzájemně kolmých směrech.

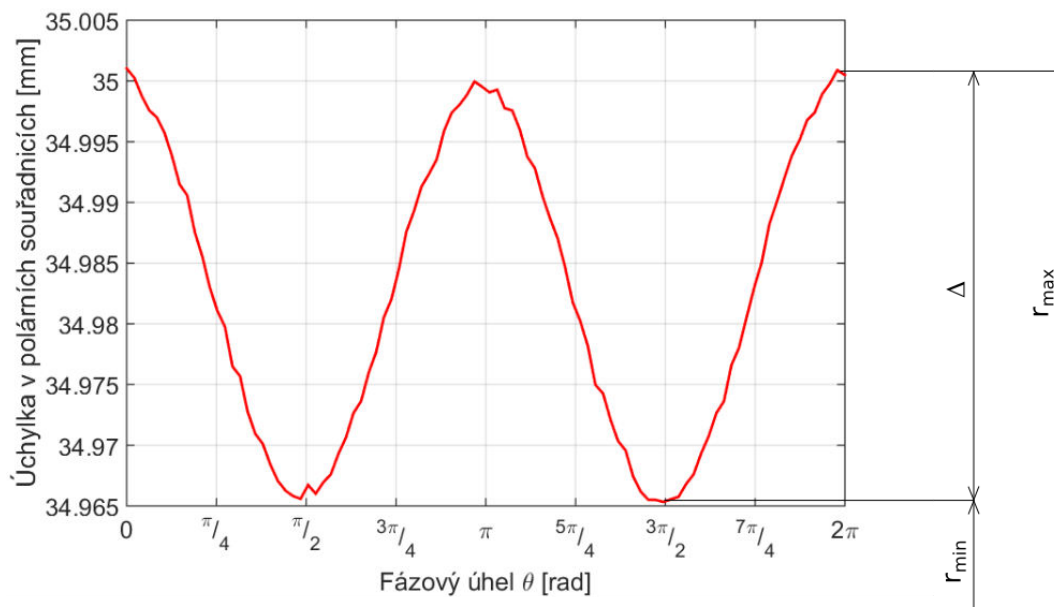


Obr. 20: Oválný příčný průřez

Hodnota úchylky kruhovitosti je v tomto případě:

$$\Delta = \frac{d_{max} - d_{min}}{2} \quad (20)$$

Úchylku kruhovitosti však nemusíme stanovovat pouze v kartézských souřadnicích s pomocí obalových kružnic. Převedeme-li si průběh kruhovitosti po příčném průřezu z kartézských do polárních souřadnic, získáme graf zobrazený na **Obr. 21**. Hodnotu úchylky kruhovitosti pak získáme odečtením minimální hodnoty od hodnoty maximální.



Obr. 21: Průběh úchylka kruhovitosti po příčném průřezu zobrazená v polárních souřadnicích

Geometrické tolerance, jejichž součástí je i tolerance kruhovitosti, popisují normy ČSN EN ISO 1101 a ČSN ISO 2768-2. Tolerance kruhovitosti je definována jako toleranční pole, které je ohraničeno v dané rovině příčného průřezu mezikružím mezi dvěma soustřednými kružnicemi. Šířka tohoto mezikruží je rovna předepsané hodnotě tolerance kruhovitosti. Všeobecná tolerance kruhovitosti je rovna číselné hodnotě tolerance průměru, ale nesmí být větší než příslušná hodnota kruhového obvodového házení. Aby součást z hlediska tolerance kruhovitosti vyhovovala, musí maximální naměřená hodnota kruhovitosti být menší než hodnota tolerance.

3.11. Borcení příčného průřezu

Problematika borcení příčného průřezu se týká především tenkostěnných trubek. Jelikož tenkostěnné trubky mají výrazně nižší tuhost oproti tyčím kruhového průřezu a tlustostěnným trubkám, může dojít při procesu rovnání, kde pod válci vznikají vysoké ohybové momenty a s nimi i spojené elastoplastické deformace trubky, k tzv. zborcení příčného průřezu.

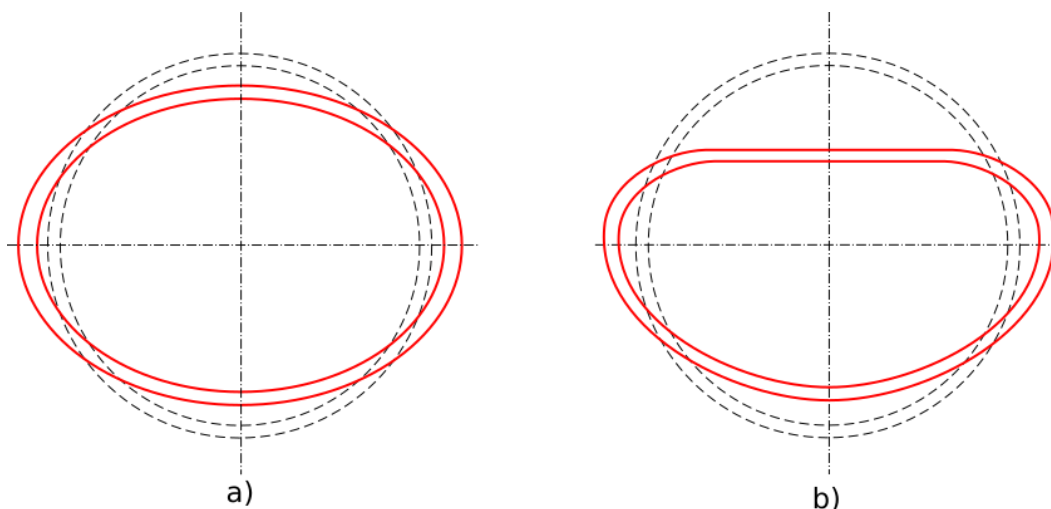
Obecně lze říci, že mechanismus borcení ohýbané trubky má tyto tři fáze:

- Elastické chování
- Ovalizace
- Zborcení

V první fázi, tedy za elastického chování materiálu, kdy se pohybujeme pod mezí kluzu, dochází pouze k malým deformacím a po odlehčení si příčný průřez trubky drží svůj kruhovitý tvar.

Ve druhé fázi, s nárůstem hodnoty ohybového momentu, dojde k překročení meze kluzu a začnou se objevovat první makro plastické deformace. Tato skutečnost vede k počátku ovalizace příčného průřezu.

Třetí fáze je charakteristická tím, že příčný průřez lokálně zcela zplastizuje, což vede k jeho zborcení.



Obr. 22: a) Ovalný příčný průřez, b) Zborcený příčný průřez

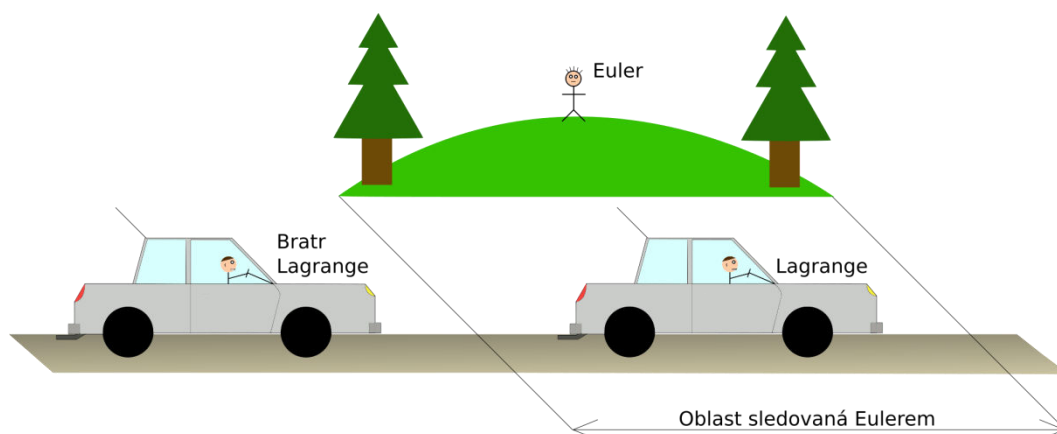
3.12. Rozdíl mezi Lagrangeovým a Eulerovým popisem kontinua

Tato kapitola byla zpracována dle [25].

Pohyb kontinua můžeme popsat dvěma základními přístupy:

- **Lagrangeovým** (pojmenován po francouzském matematikovi Josephu Louisovi Lagrangeovi)
- **Eulerovým** (pojmenován po švýcarském matematikovi Leonhardu Eulerovi)

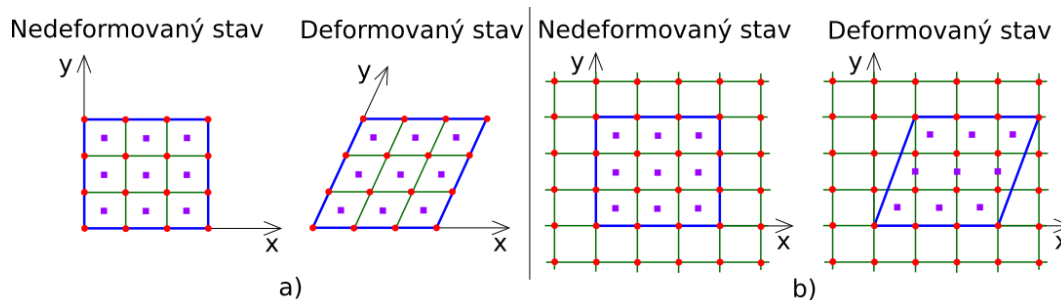
U Lagrangeového přístupu je sledován pohyb jednotlivých hmotných bodů, příp. elementů objemu v prostoru a čase. Eulerovým přístupem lze sledovat pohyb hmotných bodů pouze v konkrétní oblasti. Rozdíl mezi těmito přístupy si popíšeme na příkladu na Obr. 23. Lagrange a jeho bratr testují vozidla na závodní dráze. Oba mají v autě zařízení, které jim vyhodnocuje jejich aktuální polohu, rychlost i zrychlení po celou dobu jízdy. Euler s podobným měřicím zařízením stojí na kopci vedle tratě a měří pouze konkrétní oblast. Dle Obr. 23 se v této oblasti vyskytuje Lagrange. Euler je tedy schopen naměřit rychlost a zrychlení Lagrangeova vozidla, ale není schopen naměřit rychlost vozidla bratra Lagrange, jelikož jeho vozidlo se ještě nedostalo do oblasti sledované Eulerem.



Obr. 23: Lagrangeův a Eulerův přístup

V úlohách MKP mají oba tyto přístupy své využití. Lagrangeův přístup se využívá především pro simulaci statických a dynamických strukturálních úloh, kdežto přístup Eulerovský se využívá u úloh, kde se simuluje proudění tekutin a plynů.

Oba tyto přístupy využívají rozdílné konečno-prvkové sítě. Ukázka těchto sítí je na Obr. 24. Modrou čarou je znázorněn obrys tělesa, zelenou čarou elementy, červené body značí uzly elementů a fialové body demonstrují materiálové body. Lagrangeova síť je svázána s materiálem a jakmile se materiál zdeformuje, zdeformuje se i síť. Naproti tomu Eulerovská síť je sítí "na pozadí". Síť zůstává stále stejná a materiál se deformuje (nebo proudí) uvnitř sítě. Rozsah deformace se v tomto případě zjistí, když materiálový bod "proteče" přes hranu prvku.



Obr. 24: Konečno-prvková síť a) pro Lagrangeův přístup, b) pro Eulerův přístup

3.13. Rešerše

V článku [10] se autoři zabývali kosoúhlým rovnáním trubek na 6ti válcové rovnáče. Byly analyzovány dva případy. V prvním případě uvažovali nenulovou počáteční křivost trubky a ideálně kruhovitý příčný průřez. Problém byl řešen jako elasto-plastický pomocí MKP prutovými prvky v softwaru ADINA. Ve druhém případě byla nulová počáteční křivost trubky a nekruhový příčný průřez. Problém byl řešen jako rovinná úloha v podmínkách rovinné deformace, kde model byl tvořen pouze příčným průřezem nekruhového tvaru a byl stlačován dvěma tuhými plochami. Použitý software byl opět ADINA. Pro verifikaci výsledků byl proveden experiment, který potvrdil závěry získané z numerických výpočtů.

Ve člancích [11] a [12] autoři popsali proces kosoúhlého rovnání tyčí a trubek s počáteční křivostí na různých kosoúhlých rovnáčkách. Přístup řešení je analytický.

Dále pak v článku [13] kolektiv autorů popisuje kosoúhlé rovnání tenkostěnné hliníkové trubky na 14ti válcové rovnáče. Válce byly modelovány jako tuhé a trubka byla modelována pomocí skořepinových prvků. Problém byl řešen jako elasto-plastický v softwaru DYNA3D. Optimální nastavení válců (přesazení, natočení) bylo potvrzeno experimentem.

V článku [14] se autoři zabývali kosoúhlým rovnáním trubek na 10ti válcové rovnáče. Problém byl řešen v softwaru MSC.MARC. Rovnány byly tlustostěnné trubky s počáteční kruhovitostí ($\pm 3,5mm$) příčného průřezu. Výstupem je zobrazené ekvivalentní napětí a přetvoření, které je spirálovitě rozložené po délce trubky a hodnota kruhovitosti ($\pm 0,5mm$).

Článek [15] sepsaný kolektivem autorů popisuje napětový matematický model deformační oblasti během rovnání tenkostěnných trubek tlakem. Je zde uplatněn analytický přístup k řešení problému. Verifikace matematického modelu je provedena pomocí MKP softwarem ANSYS/LS-DYNA. Rozdíl mezi oběma přístupy je do 1%. Matematický model však není použitelný pro velké deformace a plně plastické chování.

V článku [16] autoři odvodili diferenciálním přístupem vztah pro výpočet maximální hodnoty zploštění příčného průřezu tenkostěnné trubky. Výsledky byly ověřeny pomocí MKP v systému LS-DYNA i experimentálně a lišili se svou hodnotou do 10%.

4. Analýza úlohy

4.1. Zhodnocení řešeršní studie

Z nalezených článků je patrný fakt, že pro řešení problematiky rovnání trubek se autoři snaží přijít s analytickým řešením, které následně potvrzují experimenty a numerickými výpočty pomocí MKP v různých komerčních systémech. Obecně však lze konstatovat, že literatury zabývající se touto problematikou je nedostatek.

4.2. Vymezení hranic úlohy

- Výpočtová simulace bude probíhat na modelu 9ti válcové kosoúhlé rovnačky s konkávními hyperbolickými válci a omezíme se na kosoúhlé rovnání za studena.
- Úloha bude řešena pomocí MKP jako statická.
- Bude uvažováno okolí s nulovým gravitačním zrychlením.
- Válce rovnačky budou uvažovány jako ideálně tuhé.
- Před počátkem simulace rovnání bude vždy trubka zakřivena pouze v jedné rovině.
- Dále bude uvažováno nulové počáteční zbytkové napětí v trubce.
- Trubka bude na počátku simulace ideálně kruhovitá (na vnějším i vnitřním poloměru).
- Vyhodnocení výstupní křivosti trubky bude probíhat pouze na zvoleném metrovém úseku.
- Vyhodnocení výsledné kruhovitosti příčného průřezu a zbytkového napětí v trubce bude probíhat pouze na příčném průřezu trubky ve zvolené vzdálenosti.

4.3. Systém podstatných veličin $\Sigma(\Omega)$

Tato kapitola byla zpracována dle [3].

Veličiny popisující řešenou úlohu budou součástí těchto podmnožin systému podstatných veličin $\Sigma(\Omega)$:

- **Podmnožina S0** - obsahuje veličiny popisující podstatné prvky okolí objektu. Tato podmnožina zůstane prázdná.
- **Podmnožina S1** - obsahuje veličiny popisující topologii a geometrii objektu. V této podmnožině bude poloha rovnacích válců, geometrie válců, geometrie a počáteční křivost trubky. Z důvodu časové náročnosti výpočtové simulace budou tyto veličiny uvažovány jako deterministické.
- **Podmnožina S2** - obsahuje veličiny popisující vazby objektu k okolí a na nich probíhající interakce. Do této podmnožiny lze zahrnout uložení válců v rovnačce a interakci mezi válci a trubicí.
- **Podmnožina S3** - obsahuje veličiny, které vyjadřují aktivaci objektu z jeho okolí. Tato podmnožina bude obsahovat přesazení a natočení rovnacích válců.
- **Podmnožina S4** - obsahuje veličiny, které působí z jeho okolí na objekt a ovlivňují na něm probíhající procesy. Tato podmnožina zůstane prázdná.
- **Podmnožina S5** - obsahuje veličiny vyjadřující vlastnosti prvků struktury objektu, na němž se řeší problém. Do této podmnožiny lze zahrnout konstitutivní vztahy materiálu všech objektů a jejich materiálové parametry.
- **Podmnožina S6** - obsahuje veličiny popisující procesy probíhající na struktuře objektu. Jelikož úloha bude řešena na makroúrovni, lze tuto podmnožinu považovat za prázdnou.
- **Podmnožina S7** - obsahuje veličiny vyjadřující projevy (chování) objektu, které odpovídají stavům, do nichž se objekt dostal tím, že na objektu proběhly určité procesy. Do této podmnožiny patří křivost trubky po rovnání, zbytkové napětí v trubce, kruhovitost příčného průřezu trubky, reakční síly na válcích rovnačky.
- **Podmnožina S8** - obsahuje veličiny popisující důsledky projevů objektu na jeho okolí nebo na něho samého. Tato podmnožina obsahuje skutečnost, zda došlo k požadovanému vyrovnání tyče a skutečnost, zda nedošlo k přesazení tolerance kruhovitosti či úplného zborcení příčného průřezu trubky.

5. Výpočtové modelování dle Lagrangeova přístupu

5.1. MKP jako variační metoda

Tato kapitola byla zpracována dle [4].

U variačních metod v mechanice se vychází z variačních principů. V případě deformační varianty metody konečných prvků se vychází z Lagrangeova variačního principu, který lze formulovat následovně:

„Mezi všemi funkcemi posuvů, které zachovávají spojitost tělesa a splňují geometrické okrajové podmínky, se realizují ty, které udělají celkovou potenciální energii Π stacionární hodnotu.“

Celkovou potenciální energii Π lze vyjádřit jako:

$$\Pi = W - P \quad (21)$$

kde W je energie napjatosti tělesa Ω

$$W = \frac{1}{2} \int_{\Omega} \boldsymbol{\sigma}^T \cdot \boldsymbol{\varepsilon} \cdot dV \quad (22)$$

a P je potenciál vnějšího zatížení

$$P = \int_{\Omega} \mathbf{u}^T \cdot \mathbf{o} \cdot dV + \int_{\Gamma_p} \mathbf{u}^T \cdot \mathbf{p} \cdot dA \quad (23)$$

V těchto vztazích vystupují následující sloupcové matice:

- | | |
|---------------------|---|
| • Posuvy | $\mathbf{u}^T = [u, v, w]$ |
| • Přetvoření | $\boldsymbol{\varepsilon}^T = [\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z, \gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{zx}]$ |
| • Napětí | $\boldsymbol{\sigma}^T = [\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}]$ |
| • Objemové zatížení | $\mathbf{o}^T = [o_x, o_y, o_z]$ |
| • Plošné zatížení | $\mathbf{p}^T = [p_x, p_y, p_z]$ |

Celková potenciální energie Π je závislá na spojitých funkcích u, v, w proměnných x, y, z z nichž každá reprezentuje nekonečné množství hodnot v nekonečně mnoha bodech řešené oblasti. Aby bylo možné řešit úlohu numericky, je nutno každou z funkcí vyjádřit v závislosti na konečném počtu parametrů. V MKP se aproximační funkce posuvů vyjadřují přibližně jako součet předem daných, známých funkcí $N_i(x, y, z)$, $N_j(x, y, z)$, $N_k(x, y, z)$ a označují se jako bazové funkce. Tyto bazové funkce se násobí neznámými parametry u_i, v_j, w_k , které fyzikálně představují posuvy v jednotlivých uzlových bodech sítě:

$$\begin{aligned}
 u(x, y, z) &= \sum_{i=1}^l N_i(x, y, z) \cdot u_i \\
 v(x, y, z) &= \sum_{j=1}^m N_j(x, y, z) \cdot v_j \\
 w(x, y, z) &= \sum_{k=1}^n N_k(x, y, z) \cdot w_k
 \end{aligned} \tag{24}$$

Dosadíme-li tuto aproximaci do vztahu pro celkovou potenciální energii Π (21), získáme funkcionál $\Pi(u_1, u_2, u_3, \dots, w_n)$, který již není závislý na funkcích, ale je závislý na konečném počtu parametrů. Parciální derivací získaného funkcionálu podle všech neznámých parametrů vede na soustavu rovnic:

$$\left. \begin{array}{c} \frac{\partial \Pi}{\partial u_1} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \frac{\partial \Pi}{\partial w_n} \end{array} \right\} \Rightarrow u_1, u_2, \dots, w_n \tag{25}$$

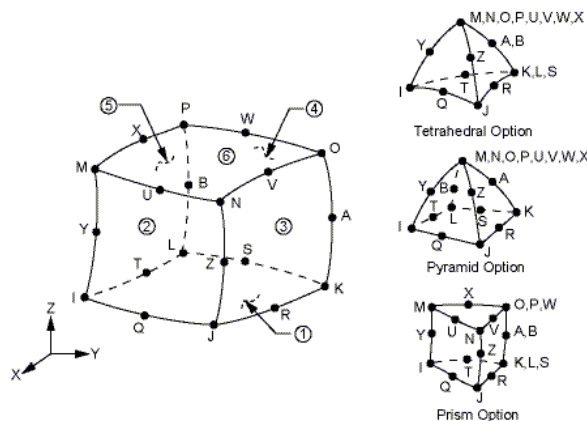
Řešením soustavy získávám parametry u_1, u_2, \dots, w_n , čímž získáme i aproximace hledaných funkcí posuvů (24).

5.1.1. Použité prvky

Tato kapitola byla zpracována dle [27].

- **SOLID 186**

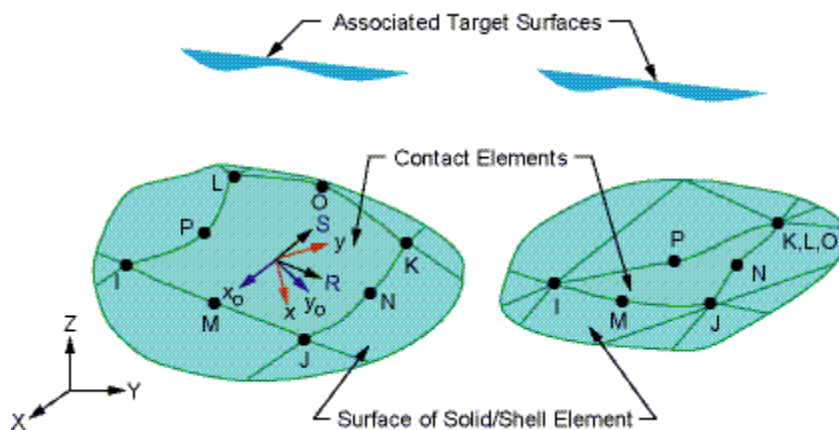
SOLID 186 je kvadratický 3D dvaceti uzlový objemový prvek. Každý z dvaceti uzlů tohoto prvku má tři stupně volnosti, což jsou posuvy v osách x, y a z. Tento prvek podporuje plastické a hyperelastické chování, creep, velké deformace a velká přetvoření. Je vhodný také pro modelování nepravidelných sítí.



Obr. 25: Schéma prvku SOLID 186 [27]

- **CONTA 174**

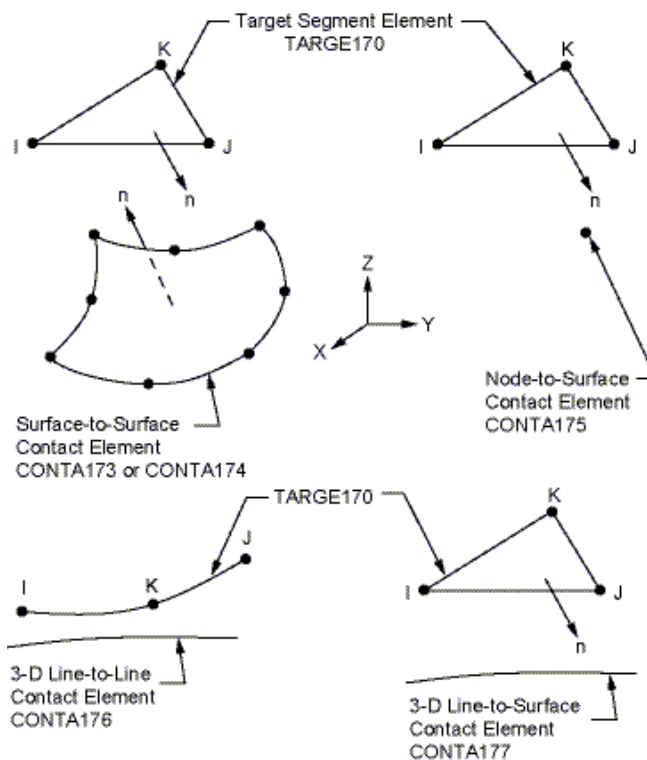
Tento prvek se používá pro reprezentaci kontaktu mezi 3D „target“ plochou a deformovatelnou plochou, kterou definuje. Lze jej aplikovat v prostorových strukturálních úlohách. Prvek má stejné geometrické charakteristiky jako prvek SOLID/SHELL, se kterým je svázaný. Ke kontaktu dochází, když povrch tohoto prvku penetruje do povrchu prvku TARGE 170.



Obr. 26: Schéma prvku CONTA174[27]

- **TARGE 170**

Prvek TARGE 170 je používán pro reprezentaci 3D „target“ ploch se sdruženými kontaktními prvky (např. CONTA 174). Na povrchu plochy definované SOLID/SHELL/LINE prvky, na které může potenciálně dojít ke kontaktu, se vytvoří „povlak“ prvků TARGE 170, který kontaktní chování umožní.



Obr. 27: Schéma prvku TARGE 174 [27]

5.2. Použitý software

Pro tvorbu výpočtového modelu i jeho následné řešení byl použit komerční software ANSYS 15.0. Tento software obsahuje ve verzi 15.0 dvě základní prostředí, ANSYS Workbench a ANSYS Mechanical APDL. Výpočtový model byl vytvořen a vyřešen v prostředí ANSYS Workbench. Výsledkový soubor byl následně převzat a pomocí maker v prostředí APDL byla získána data potřebná k vyhodnocení výstupních parametrů. Tyto data byla zpracována a vyhodnocena v softwaru Matlab R2015a.

5.3. Výpočtový model

5.3.1. Model materiálu

Model materiálu trubky byl uvažován bilineární elastoplastický s kinematickým zpevněním. Materiál trubky je ocel s následujícími materiálovými charakteristikami:

Název	Značka	Jednotka	Hodnota
Mez kluzu	Re	[MPa]	900
Modul pružnosti v tahu	E	[MPa]	206000
Poissonovo číslo	μ	[-]	0,3
Modul zpevnění	E_T	[MPa]	20000

Tab. 1: Použité materiálové charakteristiky

5.3.2. Model geometrie

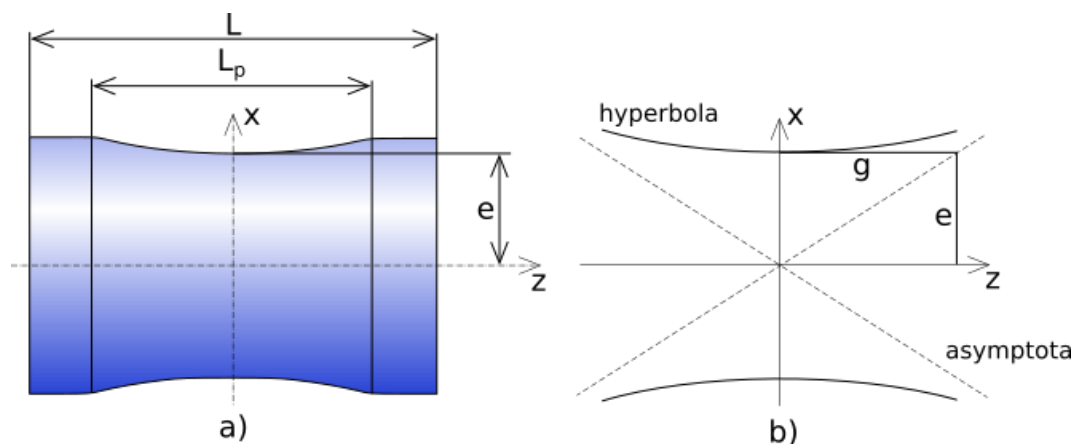
Byl vytvořen model 9-ti válcové kosoúhlé rovnačky, který lze rozdělit na dvě základní části, a to na model hyperbolických válců a model rovnané trubky.

- **Hyperbolické válce**

U 9-ti válcové kosoúhlé rovnačky lze najít 3 druhy válců, což jsou: přítlačné, průhybové a dolní válce. Každý druh válců má své specifické rozměry, které jsou uvedeny v **Tab. 2**. Pracovní plochu válce lze popsat rotačním hyperboloidem, který je definovaný délkou hlavní poloosy e , délkou vedlejší poloosy g a délkou pracovní plochy L_p . Model válce a jeho řez je zobrazen na **Obr. 28**.

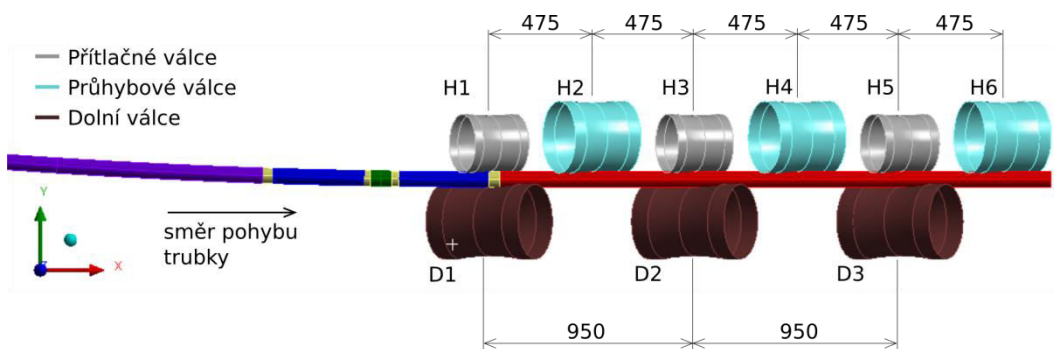
Značka	e	g	L_p	L
Jednotka	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]
Přítlačné válce	130	379	190	276
Průhybové válce	160	379	220	340
Dolní válce	160	379	310	480

Tab. 2: Základní rozměry hyperbolických válců



Obr. 28: a) Model hyperbolického válce, b) řez hyperbolickým válcem

Rozmístění válců v rovnače je znázorněno na Obr. 29. Rozteč horních válců je 475mm a rozteč dolních válců činí 950mm. Válce jsou duté z toho důvodu, že byly modelovány jako „rigid“ (ideálně tuhé), tudíž stačilo vytvořit pouze jejich obalovou plochu. Modely válců byly u všech variant výpočtů stejné.



Obr. 29: Rozmístění válců v rovnače

Natočení jednotlivých válců odpovídá liniovému styku mezi válci a trubkou a je uvedeno v následující tabulce:

Natočení válců									
Válec	H1	H2	H3	H4	H5	H6	D1	D2	D3
Úhel	26,59°	27,22°	22,98°	27,09°	26,31°	25,77°	-27,60°	-26,97°	-27,24°

Tab. 3: Natočení válců [22]

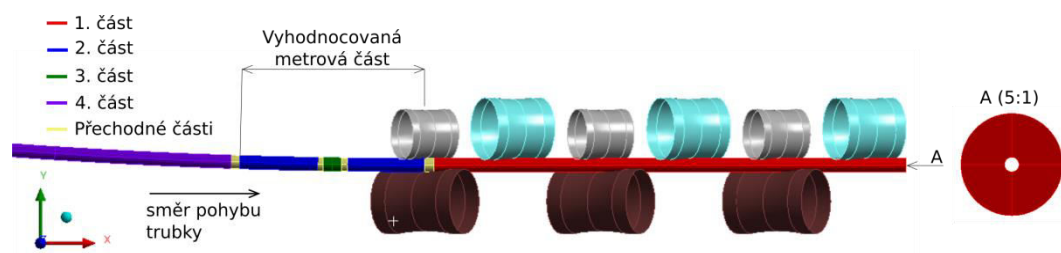
• Trubka

Trubka byla modelována jako objemové těleso, aby ji bylo následně možné vysíťovat prvky typu SOLID. Dále byla trubka rozdělena na 4 části po příčném průřezu z důvodu možnosti vytvoření pravidelné konečno-prvkové sítě. Taktéž byla trubka rozdělena po délce na několik částí (na Obr. 30 je každá část rozlišena jinou barvou). Trubka tvořila jeden „Part“ jako jeden celek.

1. část se nachází pod válci, je rovná a je znázorněna červenou barvou.
2. část je rozdělena na další 2 části. Je součástí metrové části trubky, na které bude probíhat vyhodnocování výstupních parametrů. Mezi těmito 2 částmi

je vložena 3. část (označena zelenou barvou) a tzv. přechodné části. Tato část trubky je již zakřivená a je označena modrou barvou.

3. část je malý úsek trubky uprostřed vyhodnocované metrové části, je zakřivená a je označena zelenou barvou.
4. část představuje konec trubky, je zakřivená a je označena barvou fialovou.
5. část (nebo-li přechodná část) je obsažena v modelu několikrát, a to při přechodech mezi jednotlivými částmi. Jejich význam bude blíže vysvětlen v kapitole 5.3.4.



Obr. 30: Model geometrie válců a trubky

Bylo řešeno celkově 7 variant trubek s různou mírou tenkostěnnosti. Jednotlivé geometrické charakteristiky příčného průřezu trubky jsou shrnuty v Tab. 4. Celková délka trubky byla nastavena tak, aby při dokončení výpočtové simulace rovnání byl zakřivený konec trubky těsně před první dvojicí přítlačného a dolního válce. Celková délka trubky je tedy 6930mm.

Varianta	Vnější průměr	Vnitřní průměr	Tloušťka stěny
-	[mm]	[mm]	[mm]
1	70	10	30
2	70	20	25
3	70	30	20
4	70	40	15
5	70	50	10
6	70	60	5
7	70	68	1

Tab. 4: Geometrické charakteristiky příčného průřezu trubky

Co se týče vstupní křivosti zakřivené části trubky, je nutné si nejprve definovat novou veličinu, kterou je křivost na metr k_m . Jedná se o praktickou míru používanou v provozu, která určuje, o kolik mm se odchýlí trubka od rovné podložky, když je podepřená na koncích vzdálených 1 metr. Pro převod mezi křivostí na metr a poloměrem zakřivení lze použít následující vztahy:

$$k_m = \rho - \sqrt{\rho^2 - \frac{10^6}{4}} \quad (26)$$

$$\rho = \frac{k_m + \frac{10^6}{4}}{2 \cdot k_m} \quad (27)$$

Pro všechny varianty trubek byla použita stejná vstupní křivost dle následující tabulky:

Křivost na metr k_m	Poloměr zakřivení ρ	Křivost k
[mm/m]	[m]	[m ⁻¹]
4	31,252	0,032

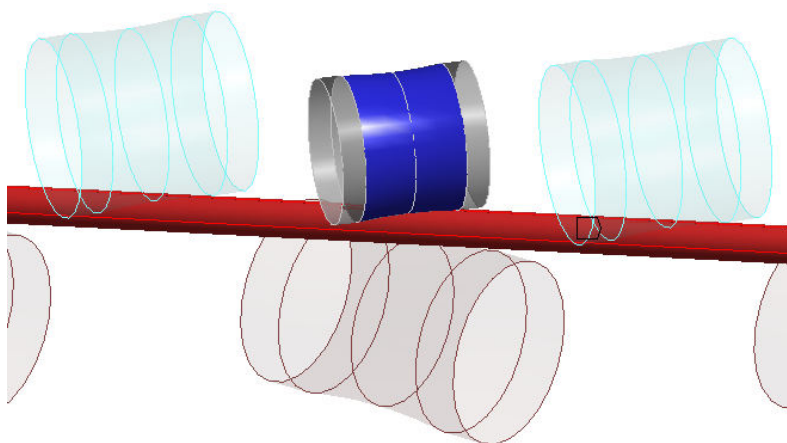
Tab. 5: Vstupní křivost

Vstupní křivost byla vnesena do výpočtového modelu pouze geometricky, tudíž se pouze namodelovala zakřivená geometrie trubky bez počátečního zbytkového napětí.

5.3.3. Model vazeb

Abychom dokázali postihnout interakci mezi trubkou a válcem, bylo nutné mezi nimi nastavit vazbu. Tato vazba byla řešena pomocí kontaktu se třením, přičemž součinitel smykového tření byl nastaven na hodnotu $f_s = 0,1$. Jako řešič kontaktu byla použita formulace Augmented Lagrange. Dále bylo nastaveno, aby se kontaktní tuhost aktualizovala po každé iteraci agresivnější formou. Aby na počátku výpočtové simulace byly vymezeny všechny vůle mezi válcem a trubkou, příp. aby počáteční penetrace byly nulové, byla položka „Interface Treatment“ nastavena na „Adjust to touch“.

Jelikož byl válec řešen jako „rigid“, nebo-li ideálně tuhý, a trubka jako těleso poddajné, byla pracovní plocha válce vytvořena prvky TARGE 170 (na Obr. 31 označeno modrou barvou) a vnější plocha trubky prvky CONTA 174 (označeno červenou barvou).



Obr. 31: Ukázka kontaktních ploch

5.3.4. Konečno-prvková síť

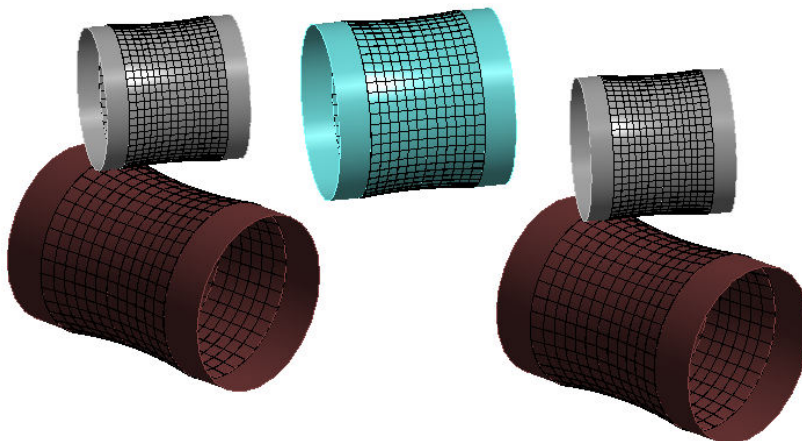
- **Hyperbolické válce**

Jak již bylo zmíněno, konečno-prvková síť na válcích byla vytvořena pomocí prvku TARGE 170. Velikost prvků byla nastavena dle následující tabulky:

	Přítlačné válce	Průhybové válce	Dolní válce
	[mm]	[mm]	[mm]
Velikost prvků	15	20	30

Tab. 6: Velikost prvků na válcích

Ukázka sítě vytvořené na hyperbolických válcích je zobrazena na Obr. 32.



Obr. 32: Ukázka konečno-prvkové sítě na válcích

- **Trubka**

Na modelu trubky byla vytvořena síť kvadratickými prvky typu SOLID. Dále síť na povrchu trubky obsahovala prvky CONTA 174, které jsou totožné s vnějšími plochami prvků SOLID 186. Velikost prvku nebylo možné volit jednotně po celé délce trubky, jelikož by časová náročnost výpočtové simulace byla příliš vysoká. Z toho důvodu byla trubka rozdělena na několik částí popsaných v kapitole 5.3.2, kde každá část měla různou velikost prvků. Dle Obr. 33 byly lajny a, b definovány počtem prvků a lajny c byly definovány velikostí prvku. Použité parametry sítě pro zkoumané varianty jsou sepsány v Tab. 7.



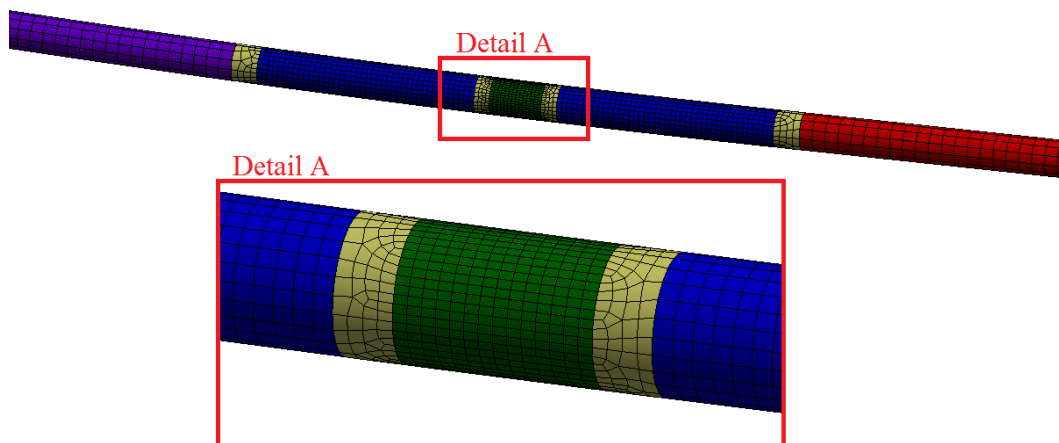
Obr. 33: Popis sítě a detail jednotlivých částí trubky

Varianta	Vnitřní průměr	1. část = 4. část			2. část			3. část		
		a	b	c	a	b	c	a	b	c
[-]	[mm]	[-]	[-]	[mm]	[-]	[-]	[mm]	[-]	[-]	[mm]
1	10	2	3	25	4	6	10	8	12	7,5
2	20	2	3	25	4	6	10	6	12	7,5
3	30	2	3	25	4	6	10	6	12	7,5
4	40	1	3	25	2	6	10	4	12	7,5
5	50	1	3	25	2	6	10	4	12	7,5
6	60	1	3	25	2	6	10	4	12	7,5
7	68	1	8	25	1	8	10	1	8	7,5

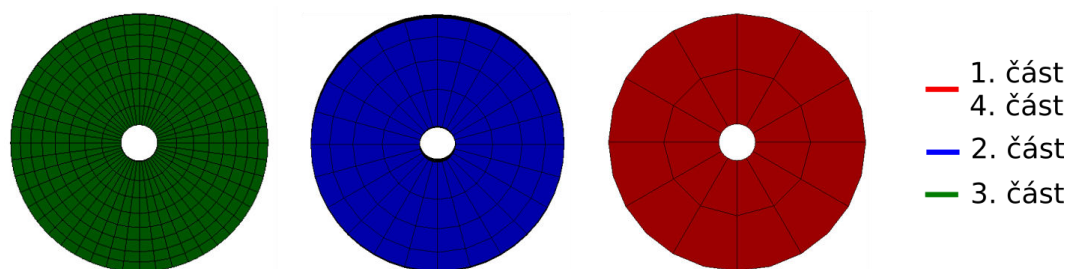
Tab. 7: Parametry sítě

Nejjemnější síť byla vytvořena na 3. části, a to z toho důvodu, že na ni byla vyhodnocována zbytková napjatost a kruhovitost trubky po projetí trubky rovnáčkou. 2. část má již hrubší síť, která však stále dokáže relativně přesně popsat napjatost a deformaci v trubce při rovnání (více viz. kapitola 5.5.3). Dohromady na 2 a 3. části bude probíhat vyhodnocení výstupní křivosti trubky. 1. a 4. část má již hrubou síť, která již nedokáže dostatečně popsat napjatost a deformaci. Tyto dvě části jsou v modelu obsaženy proto, aby tuhost modelu trubky odpovídala co nejvíce reálné tuhosti.

Dále byl nastaven ve všech variantách u 2 a 3. části „bias“ na lajně a s faktorem 2 se zjemněním sítě u vnějšího průměru trubky. Aby bylo možné vytvořit síť s různými parametry pro jednotlivé části trubky, bylo nutné mít v modelu i tzv. přechodné části. Tyto části obsahují krom hexahedrálních prvků také prvky tetrahedrální a pyramidové, které mají obecně velmi nízkou kvalitu. Díky těmto přechodům lze však propojit jednotlivé části trubky na úrovni sítě. Ukázka konečno-prvkové sítě trubky je zobrazena na Obr. 34. Ukázka konečno-prvkové sítě na příčných průřezích jednotlivých částí trubky je zobrazena na Obr. 35.



Obr. 34: Ukázka konečno-prvkové sítě trubky



Obr. 35: Ukázka konečno-prvkové sítě na příčných průřezech jednotlivých částí trubky

Výjimečným případem je varianta 7, u které je tloušťka stěny pouhý milimetr. Zde se nepodařilo vytvořit síť způsobem použitým u předchozích variant, jelikož se prvky u přechodných částí vnořovaly do sebe. Proto byla po příčném průřezu vytvořena jednotná síť na celé trubce s ohledem na časovou náročnost výpočtu.

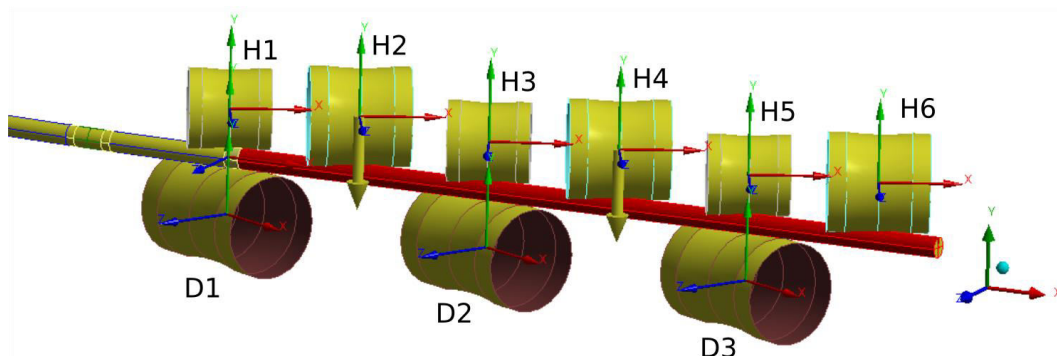
5.3.5. Okrajové podmínky

Úloha byla rozdělena do dvou zatěžovacích kroků. Detailně si jednotlivé kroky popíšeme na následujících řádcích.

- **První zatěžovací krok**

V prvním zatěžovacím kroku docházelo k přesazení válců H2 a H4 o 5,2mm v radiálním směru (osa y), čehož bylo dosaženo použitím funkce „Remote displacement“. Tato funkce přiřadí řídicím uzlům tuhých („rigid“) těles danou hodnotu a ostatní uzly vytvořené na daných tělesech se řídí dle řídicích uzlů. Dále byly zamezeny posuvy x , y , z a natočení kolem osy y , z lokálních souřadných systémů na všech válcích. Jedinou volnou rotací zůstává rotace kolem osy x lokálních souřadných systémů válců. U trubky bylo zamezeno na všech plochách zakřivené části a volných koncích posuvům ve směru osy z pomocí funkce „displacement“, aby trubka zůstala zakřivená před počátkem druhého zatěžovacího kroku pouze v jedné rovině. Dále bylo zamezeno posuvům ve směru osy x na konci rovné části trubky opět pomocí funkce „displacement“.

Jelikož má úloha nelineární charakter, byly pro řešení zapnuty velké deformace. Počáteční počet substepů byl nastaven na 10, stejně tak i minimální počet substepů. Maximální počet substepů byl stanoven na 100.

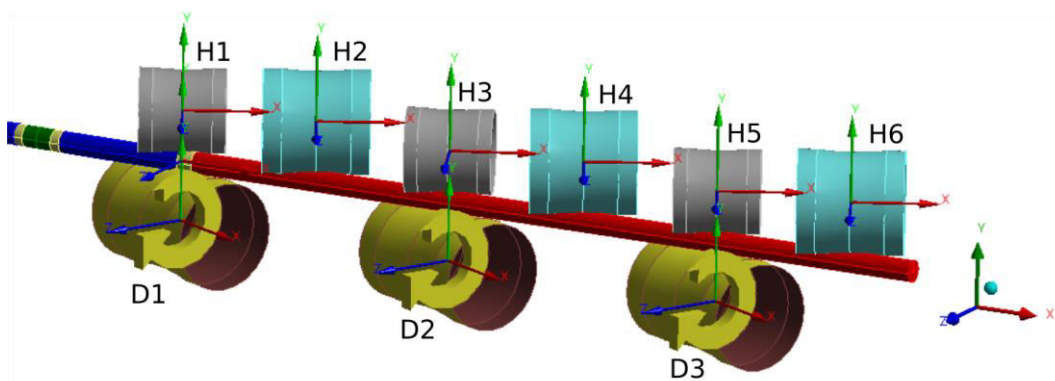


Obr. 36: První zatěžovací krok

• Druhý zatěžovací krok

V druhém zatěžovacím kroku zůstaly všechny okrajové podmínky na horních válcích shodné s prvním zatěžovacím krokem. Na dolních válcích byla předepsána rotace okolo osy x lokálních souřadných systémů válců na hodnotu $\varphi_x = 3000^\circ$. Dolní válce se tedy během druhého zatěžovacího kroku 8,33 krát otočí okolo své osy, což je dostatečná hodnota pro vyhodnocení všech výstupních parametrů, jelikož vyhodnocovaná metrová část trubky je v dostatečné vzdálenosti za posledním válcem. U okrajových podmínek použitých na trubce v prvním zatěžovacím kroku došlo k jejich deaktivaci, v druhém zatěžovacím kroku tedy nebyli použity na trubce žádné okrajové podmínky.

I pro druhý zatěžovací krok byly zapnuty velké deformace. Počáteční počet substepů byl stanoven na 1000, taktéž i minimální počet substepů. Maximální počet substepů byl nastaven až na 100 000, jelikož především tenkostěnnější varianty hůře konvergovaly. Dále byl příkazem „NEQIT“ nastaven maximální počet iterací ke zkonvergování jednoho substepu na hodnotu 100.



Obr. 37: Druhý zatěžovací krok

5.4. Vstupní a výstupní parametry

Vstupní parametry

• Model materiálu

- Modul pružnosti v tahu	E	[MPa]
- Poissonovo číslo	μ	[-]
- Mez kluzu	Re	[MPa]
- Modul zpevnění	E_T	[MPa]

• Součinitel smykového tření	f_s	[-]
• Vnější průměr trubky	D	[mm]
• Vnitřní průměr trubky	d	[mm]
• Vstupní křivost	$k_{m(in)}$	[mm/m]
• Rozměry válců	e, g, L_p, L	[mm]
• Rozteč válců	r_v	[mm]
• Přesazení horních válců	$H2_y, H4_y$	[mm]
• Úhlové natočení válců	$H1_{\varphi_y} - H6_{\varphi_y}, D1_{\varphi_y} - D3_{\varphi_y}$	[°]

Výstupní parametry

• Výstupní křivost	$k_{m(out)}$	[mm/m]
• Zbytkové napětí	σ_{rez}	[MPa]
• Kruhovitost příčného průřezu	Δ	[mm]
• Síly na jednotlivých válcích	$F_{H1}-F_{H6}, F_{D1}-F_{D3}$	[kN]

5.5. Průběh ladění výpočtových modelů

Při ladění výpočtového modelu bylo testováno několik verzí softwaru ANSYS, dále se testoval také odlišný model geometrie, než který je popsán v kapitole 5.3.2. Také se zkoušelo, jaké zvolit okrajové podmínky na trubce v prvním zatěžovacím kroku a následně se testovala konvergence sítě trubky.

5.5.1. Použitý software

Byly testovány čtyři verze softwaru ANSYS, a to verze 17.0, 16.2, 16.0 a 15.0.

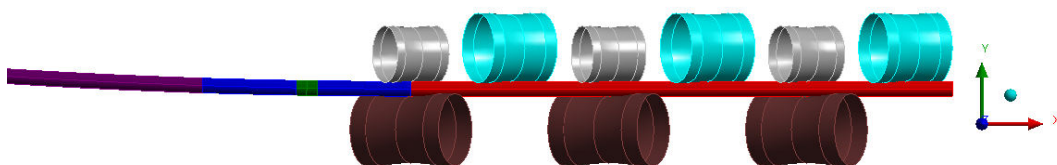
Jako první se výpočtový model se všemi náležitostmi vytvořil ve verzi 17.0. Zde však docházelo k problému, kdy přibližně v polovině výpočtu (cca po 7 dnech) přestaly řídicí uzly na válcích dodržovat předepsané okrajové podmínky (konkrétně rotace okolo os lokálního souřadnicového systému válců). Při bližším zkoumání tohoto problému se zjistilo, že tato odchylka se exponenciálně zvyšovala již od počátku simulace a ačkoliv se tato hodnota pohybovala na počátku simulace v řádu 10^{-16} , její exponenciální růst způsobil, že přibližně v polovině výpočtu již tato odchylka dosahovala hodnot jednotek radiánů. Jelikož se nenašla ve výpočtovém modelu žádná chyba, která by tento jev způsobovala, přešlo se na starší verze softwaru ANSYS.

Ve verzi 16.2 a 16.0 se ukázaly jako problémové penetrace mezi válci a trubicí. Bylo-li ponecháno výchozí nastavení penetrací, tak již při prvním zatěžovacím kroku se penetrace vyšplhaly až na hodnotu jednoho milimetru, což mělo za následek teoreticky nižší přesazení válců, což vedlo k nižší napjatosti v trubce. Byla tedy ručně nastavena tolerance penetrací pomocí funkce factor na hodnotu 0,01 (tato hodnota je doporučována firmou ANSYS). Jinými slovy, dokud penetrace nebudou mít nižší hodnotu než je 1% velikosti prvku, úloha nekonverguje. S touto podmínkou však úloha konvergovala velmi špatně a výpočtový čas dosáhl až jednoho měsíce (u výpočtového modelu s hrubou sítí). Z toho důvodu se úloha testovala i na verzi 15.0.

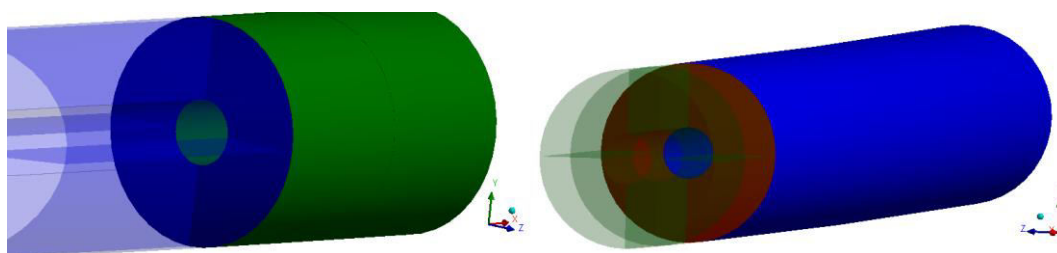
Verze 15.0 se již ukázala jako optimální pro řešení této úlohy. Co se týče problému s nedodržováním okrajové podmínky, tak při bližším prozkoumání se zjistilo, že tato odchylka má taktéž na počátku hodnotu řádu 10^{-16} , avšak oproti verzi 17.0 již v průběhu simulace exponenciálně nevzrůstala, ale oscilovala kolem nuly. Taktéž zde nebyl problém s penetracemi. Již při výchozím nastavení tolerance penetrací úloha dobře konvergovala a zároveň se hodnota penetrací mezi válci a trubicí pohybovala v setinách milimetrů. Z toho důvodu byla pro výpočtové simulace zvolena tato verze.

5.5.2. Model geometrie a vazeb

První myšlenka, jak vytvořit model geometrie, byla myšlenka, kterou ve své diplomové práci použil Ing. Marek Benešovský [22]. Hlavním rozdílem mezi tímto modelem a modelem popsaným v kapitole 5.3.2 je v přístupu modelování trubky. U tohoto modelu nebyla trubka modelována jako jedno těleso (jako jeden „part“), ale jako množina různých částí trubky. Trubka tedy nebyla spojena na úrovni sítě a bylo možné na každé části trubky vytvořit rozdílně jemnou síť. Aby se trubka chovala jako jedno těleso, bylo použito na příčných průřezech, které mezi sebou dvě části trubky sdílely, kontaktu „bonded“, což si lze představit jako lepený spoj. Výhodou tohoto modelu je skutečnost, že nebylo nutné vytvářet přechodné části trubky (absence tetrahedrálních a pyramidových prvků = vyšší kvalita sítě). Hlavní nevýhodou je však použití „bonded“ kontaktů, neboť v nich docházelo ke koncentraci napětí a to vedlo k vyšším hodnotám plastické deformace vzhledem k ostatním plochám trubky. Protože bylo nutné rozdělit vyhodnocovaný metrový úsek tyče na více částí, aby mohla být síť zjemněna kvůli vyhodnocování zbytkového napětí, byla vnesena tato chyba do vyhodnocování výstupní křivosti trubky. Na křivce výstupní křivosti se vyskytovaly skokové změny (křivka nebyla hladká) a vyhodnocení výstupní křivosti nebylo jednoznačné. Dále docházelo k ovlivňování blízkého okolí trubky v místech, kde byl tento „bonded“ kontakt použit. Zmíněné důvody vedly k upuštění od tohoto modelu. Pro výpočtové simulace byl použit model geometrie popsaný v kap. 5.3.2.



Obr. 38: Nevhodný model geometrie

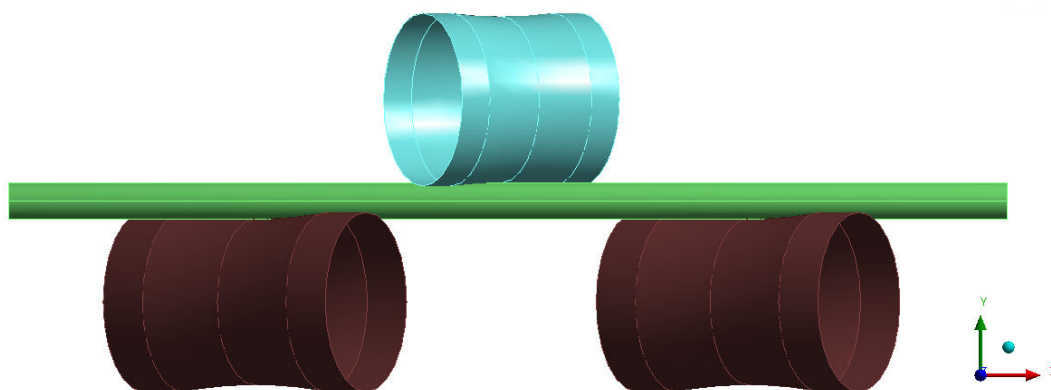


Obr. 39: „Contact“ a „target“ plochy „bonded“ kontaktu

5.5.3. Konvergence konečno-prvkové sítě

Konvergence sítě byla testována na modelu geometrie uzpůsobeném pro tříbodový ohyb. Testovat konvergenci sítě na kompletním výpočtovém modelu rovnáčky totiž nebylo z časových důvodů realizovatelné, jelikož výpočtový čas jedné simulace se pohyboval v rozmezí 8-15 dnů. Důvod, proč byl zrovna volen model uzpůsobený pro tříbodový ohyb je ten, že dokáže vystihnout napjatost v trubce pod průhybovým válcem a také kontaktní tlak působící od válce na trubku.

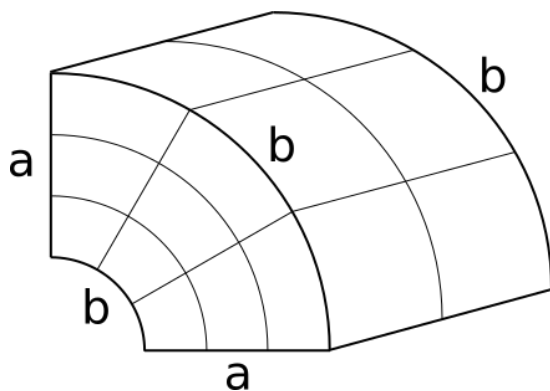
Výpočtový model tedy vypadal následovně. Byly modelovány dva dolní válce, jeden horní válec a krátká část rovné trubky. Vazba mezi trubkou a válci byla volena kontakt se třením se součinitelem smykového tření $f_s = 0,1$. Na dolních válcích bylo zamezeno všem posuvům a rotacím okolo osy y, z lokálních systémů válců (dále jen LSS), rotace okolo osy x LSS válců byla ponechána volná. Na horním válci byl ve směrech os x, z LSS válce zamezen posuv, ve směru y byl předepsán posuv na hodnotu -5,2 mm. Rotace byly zamezeny stejným způsobem jako u dolních válců. Aby se trubka deformovala pouze v jedné rovině, byl zamezen na všech plochách trubky posuv ve směru osy z . Výpočtový model je zobrazen na Obr. 40.



Obr. 40: Model geometrie uzpůsobený pro tříbodový ohyb

Na takto vytvořeném modelu byla testována síť složená z hexahedrálních prvků SOLID 186, a dále kontaktních prvků CONTA 174 a TARGE 170. Testovaly se různé varianty velikosti prvků. Síť na válcích byla zvolena pevně (velikost prvku na horním válci 20mm, na dolním válci 30mm). Taktéž byla pevně zvolena velikost prvku po délce trubky, a to 10mm. Měnila se tedy pouze síť na příčném průřezu trubky.

Vyhodnocováno bylo normálové napětí ve směru osy x (nebo-li napětí meridiánové) pod horním válcem a byla porovnávána změna maximální (tahové) hodnoty napjatosti v závislosti na velikosti sítě. Detailně zde bude rozebrána pouze první varianta, kde vnitřní průměr trubky $d = 10\text{mm}$. Výsledné hodnoty napětí na různých velikých sítích jsou sepsány v Tab. 8.

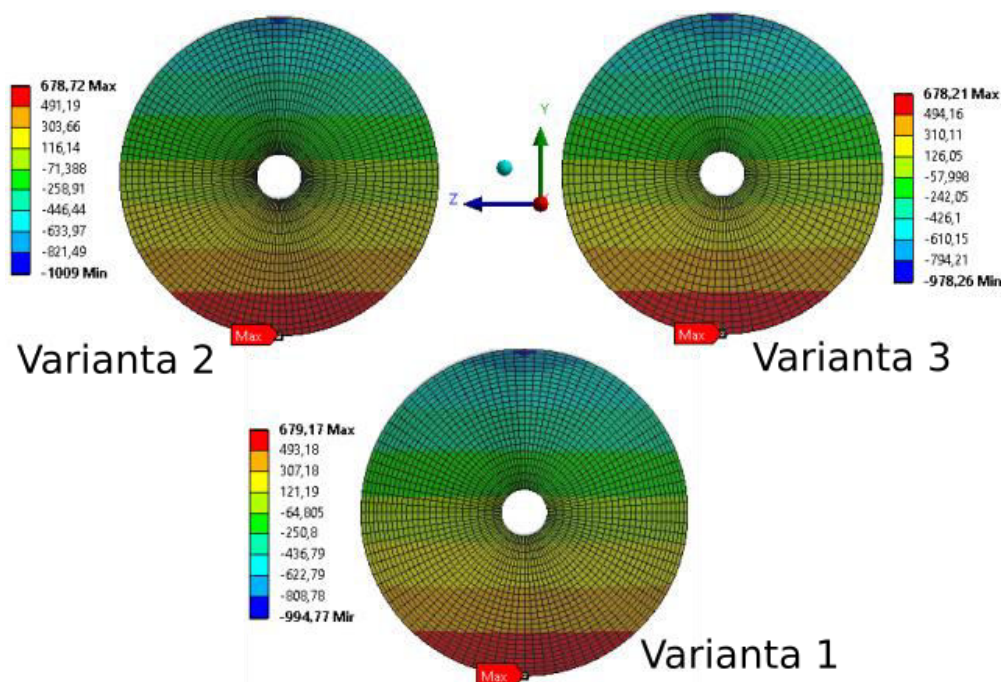


Obr. 41: Schéma konečno-prvkové sítě

Varianta	a	b	σ_{\max}
[-]	[-]	[-]	[MPa]
1	12	12	679,2
2	8	16	678,7
3	8	12	678,2
4	8	6	701,9
5	4	6	687,4
6	2	6	671,2
7	2	3	665,6

Tab. 8: Konvergence sítě

Z Tab. 8 lze vyčíst, že varianty 1-3 již vykazovaly přibližně shodné hodnoty maximálního tahového napětí na daném příčném průřezu. Pro část trubky, na které docházelo k vyhodnocování zbytkového napětí (3. část), byla použita síť z varianty 3, jelikož obsahovala nejmenší počet prvků a vykazovala téměř shodné hodnoty s variantami 1 a 2. Pro 2. část byla volena síť z 5 varianty a pro 1. a 4. část sít z varianty 7. Ukázka průběhů meridiánového napětí na příčném průřezu trubky pod horním válcem pro varianty 1-3 je zobrazena na Obr. 42.



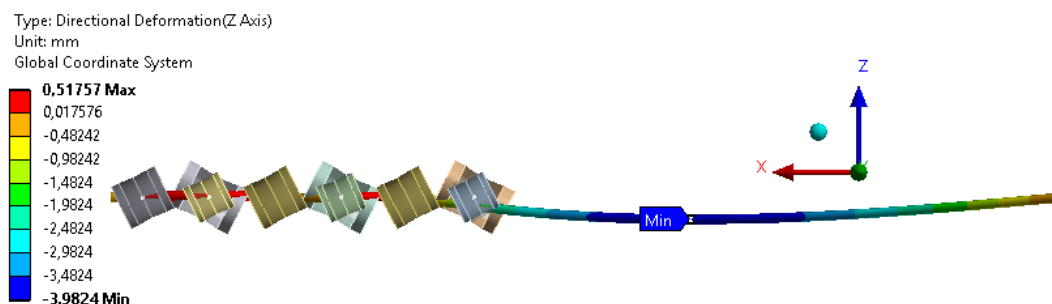
Obr. 42: Ukázka průběhů meridiánového napětí na příčném průřezu trubky pro varianty 1-3

Obdobným způsobem byla testována konvergence sítě u všech variant modelů trubek. Výjimečným případem byla varianta trubky s vnitřním průměrem $d = 68\text{mm}$, kde se následně již v kompletním výpočtovém modelu rovnáčky nepodařilo dle takto zjištěných parametrů sítě konečnou síť vytvořit. Problémem byly přechodné části, na kterých se nepodařilo vytvořit přechody mezi různými velikostmi sítě. Tato skutečnost vedla k vytvoření nedostatečné konečno-prvkové sítě. Výsledné parametry sítě použité pro výpočtovou simulaci rovnání jsou sepsány v kapitole 5.3.4 v Tab. 7.

5.5.4. Okrajové podmínky

V prvním zatěžovacím kroku bylo potřeba nastavit okrajové podmínky takovým způsobem, aby trubka zůstala i po přesazení průhybových válců zakřivená pouze v jedné rovině. Za tímto účelem byly testovány celkově 3 případy zadání okrajových podmínek na trubce.

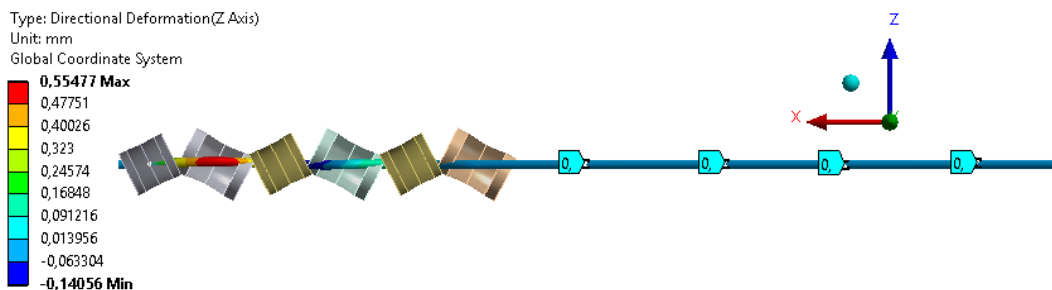
V prvním případě bylo zamezeno posuvům ve směru osy z na obou koncích trubky. Tato varianta se však ukázala jako nevhodná, jelikož došlo u modelované zakřivené části (zakřivené v rovině xy) k jejímu vychýlení v ose z (přibližně o 4 mm), čímž by nebyl splněn předpoklad, že trubka je zakřivená před počátkem simulace rovnání pouze v jedné rovině. Deformace trubky je zobrazena na Obr. 43 (Měřítko deformací je v poměru 40:1).



Obr. 43: Testování okrajových podmínek - první případ

Ve druhém případě bylo zamezeno posuvům ve směru osy z na všech plochách trubky. V tomto případě však úloha nekonvergovala, proto tato možnost také nepřipadala v úvahu.

Ve třetím případě bylo zamezeno posuvům ve směru osy z na modelovaných zakřivených plochách a na volných koncích trubky. Modelovaná zakřivená část trubky zůstala v tomto případě zakřivená pouze v rovině xy a k žádnému vychýlení ve směru osy z na ni nedošlo. K vychýlení však došlo na rovné části trubky umístěné pod válci. Tuto skutečnost lze však zanedbat, protože na rovné části k žádnému vyhodnocování docházet nebude. Deformace trubky je zobrazena na Obr. 44 (Měřítko deformací je v poměru 40:1). Pro první zatěžovací krok výpočtových simulací byly tedy použity tyto okrajové podmínky.



Obr. 44: Testování okrajových podmínek - třetí případ

Pro druhý zatěžovací krok okrajové podmínky nebyly testovány. Vycházelo se ze závěrů, ke kterým dospěl Ing. Marek Benešovský ve své diplomové práci [22], kde pro druhý zatěžovací krok testoval různé okrajové podmínky. Použité okrajové podmínky pro druhý zatěžovací krok jsou sepsány v kapitole 5.3.5.

6. Výpočtové modelování dle Eulerova přístupu

6.1. Základní princip

Tato kapitola byla zpracována dle [17],[18],[26].

Na ÚMTMB FSI VUT byl v minulých letech vytvořen algoritmus pro rovnání tyčí na kosoúhlé rovnáče založený na Eulerovém přístupu. Jeho autory jsou doc. Ing. Tomáš Návrát, Ph.D., prof. Ing. Jindřich Petruška, CSc. a Ing. František Šebek, Ph.D. Tento algoritmus byl následně upraven Ing. Markem Benešovským pro možnost výpočtového simulování rovnání trubek.

Základní myšlenka tohoto algoritmu je ta, že se vytvoří deformovaná síť a na té je pak simulován tok materiálu.

Pro řešení tohoto algoritmu je použita metoda konečných prvků a pro diskretizaci sítě prostorový nosníkový prvek. Základní rovnice MKP je řešena Gaussovou eliminační metodou. Zatížení je zadáváno deformačně, vertikálními posuvy válců. Jelikož je problém nelineární, využívá se pro jeho řešení Newton-Raphsonova metoda. Podrobnější informace viz uvedená literatura.

6.2. Vstupní a výstupní parametry

Vstupní parametry

• Model materiálu			
- Modul pružnosti v tahu	E	206000	[MPa]
- Mez kluzu	Re	900	[MPa]
- Modul zpevnění	E_T	20000	[MPa]
• Vnější průměr trubky	D	70	[mm]
• Vnitřní průměr trubky	d	10 - 68	[mm]
• Vstupní křivost	$k_{m(in)}$	4	[mm/m]
• Počet horních válců	r_{Hnum}	6	[-]
• Rozteč válců	r_v	475	[mm]
• Přesazení horních válců	$H2_y, H4_y$	5,2	[mm]
• Dělení prvků po poloměru ⁸	a	19	[-]
• Dělení prvků po obvodu	b	36	[-]
• Počet elementů mezi 2ma sousedními válci	r_p	143	[-]

Výstupní parametry

• Výstupní křivost	$k_{m(out)}$	[mm/m]
• Zbytkové napětí	σ_{rez}	[MPa]
• Síly na jednotlivých válcích	$F_{H1}-F_{H6}, F_{D1}-F_{D3}$	[kN]

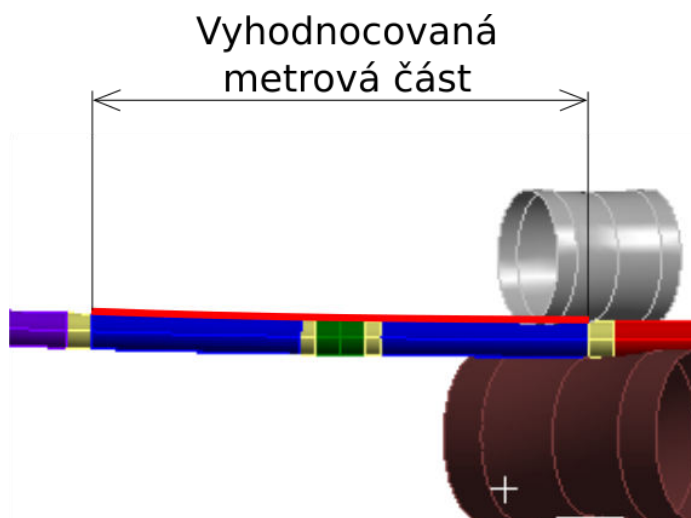
⁸Pro variantu 1 bylo voleno 19 prvků po obvodu, s každou další variantou o 2 prvky méně.

7. Prezentace a analýza výsledků

V následujících podkapitolách budou prezentovány a diskutovány výstupní parametry zkoumaných variant. Výjimku tvoří sedmá varianta, kterou se podařilo dokončit pouze do 57 % z celkové simulace (úloha přestala konvergovat z důvodu vysoké distorze prvků). U této varianty bude analyzována pouze kruhovitost příčného průřezu pod válcem. Výstupní parametry získané ze softwaru ANSYS (Lagrangeovského algoritmu) budou označovány jako výstupní parametry z L-algoritmu, z Eulerového algoritmu jako E-algoritmu.

7.1. Výstupní křivost

Výstupní křivost $k_{m(out)}$ z L-algoritmu byla vyhodnocována na zakřiveném metrovém úseku trubky. Jelikož střednice není součástí geometrie trubky, byly data potřebná k vyhodnocení výstupní křivosti brána z uzlů na lajně na vnějším průměru trubky viz Obr. 45.

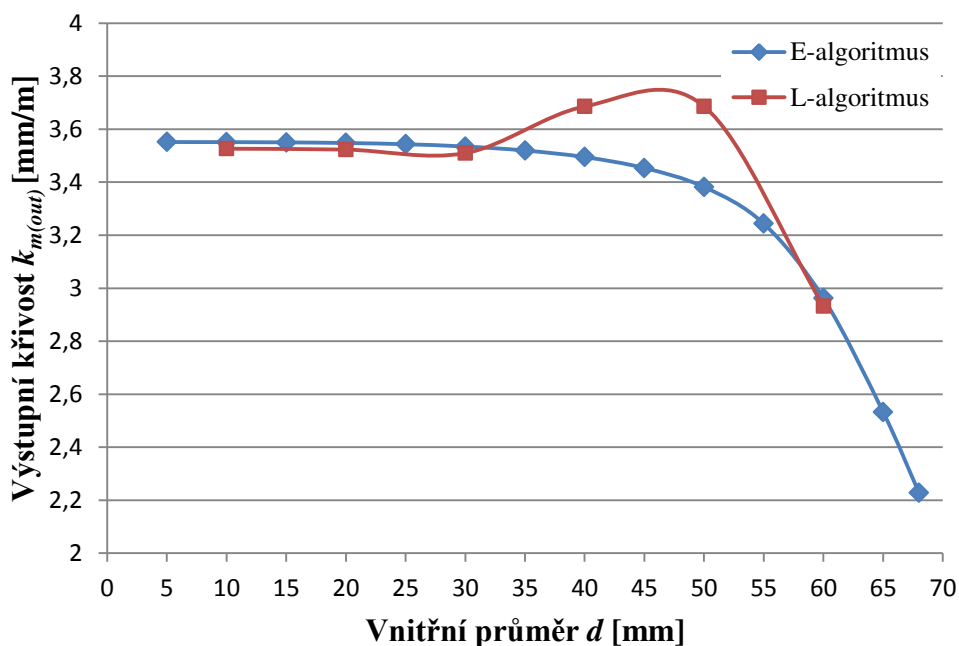


Obr. 45: Vyhodnocovaná metrová část trubky

Výsledné hodnoty výstupní křivosti z obou algoritmů pro řešené varianty jsou sepsány v Tab. 9. Rozdíl mezi oběma algoritmy je vztažen k výsledkům z L-algoritmu. Graf průběhu výstupní křivosti v závislosti na vnitřním průměru trubky je zobrazen na Obr. 46.

Varianta		1	2	3	4	5	6	7
Vnější průměr D [mm]		70	70	70	70	70	70	70
Vnitřní průměr d [mm]		10	20	30	40	50	60	68
Poměr d/D		0,14	0,29	0,43	0,57	0,71	0,86	0,97
Výstupní křivost $k_{m(out)}$ [mm/m]	L-algoritmus	3,526	3,523	3,510	3,686	3,686	2,933	-
	E-algoritmus	3,551	3,548	3,534	3,495	3,382	2,962	2,229
Rozdíl [%]		-0,70	-0,71	-0,71	5,18	8,25	-1,00	-

Tab. 9: Výstupní křivost



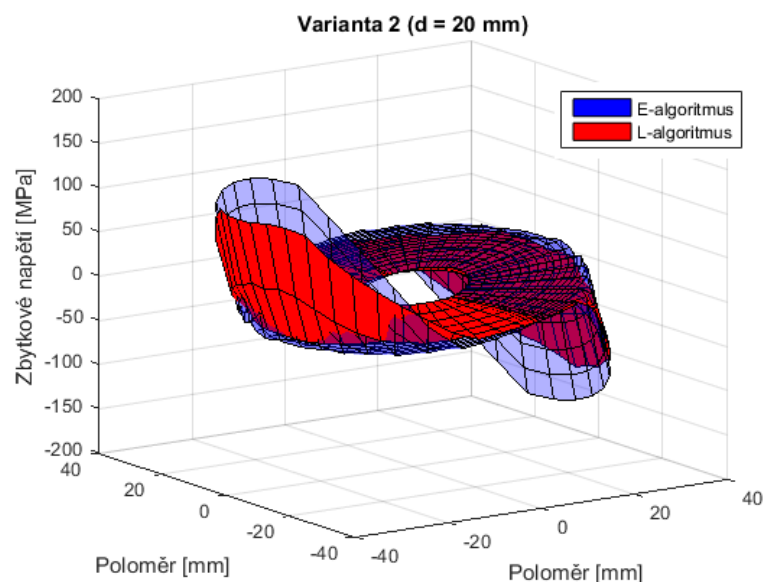
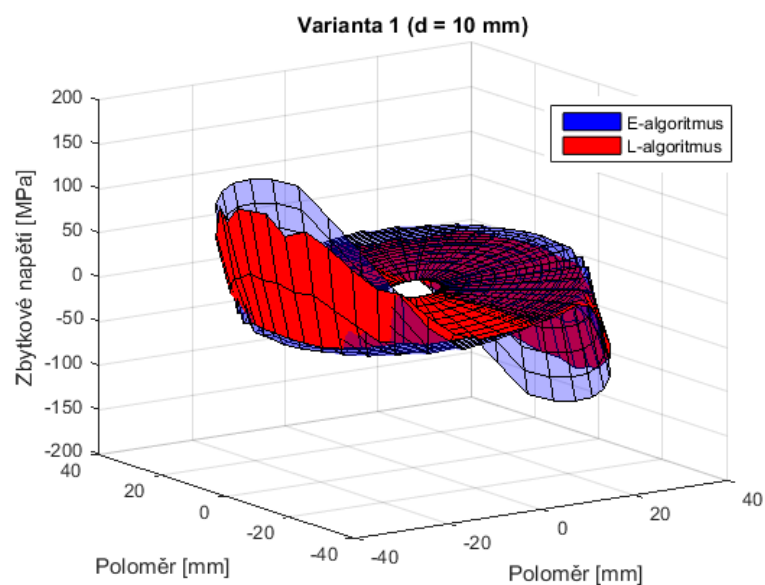
Obr. 46: Průběh výstupní křivosti v závislosti na vnitřním průměru trubky

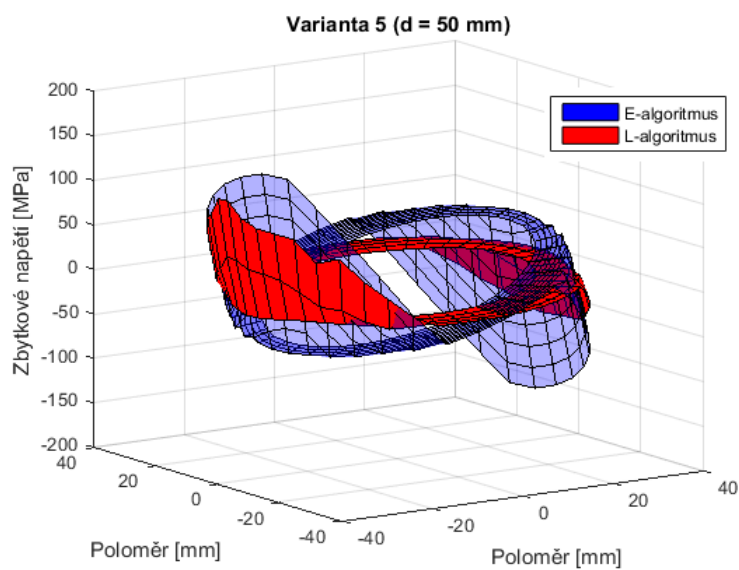
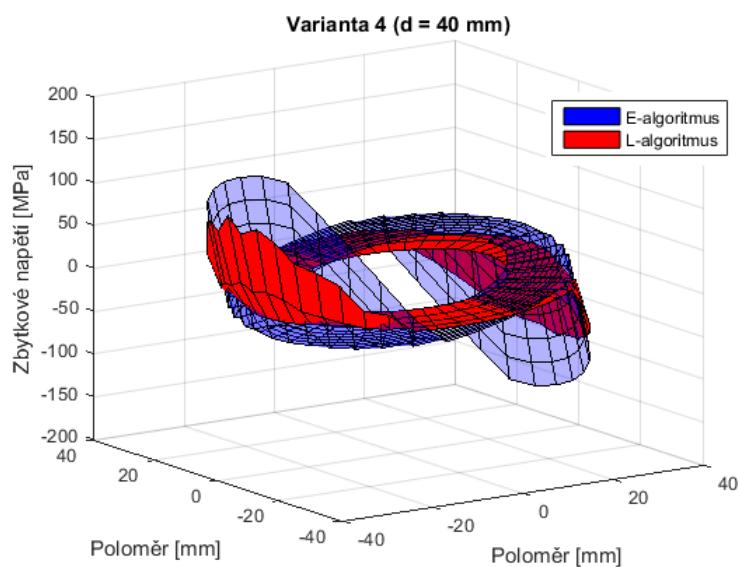
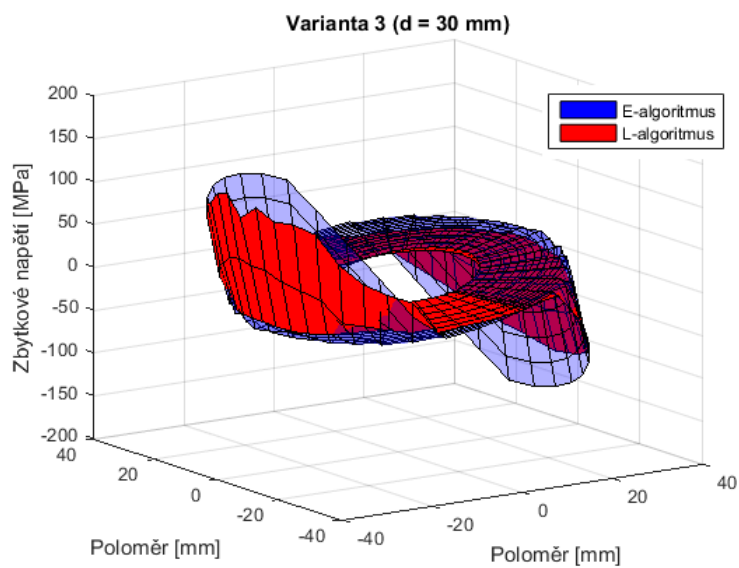
Rozdíl mezi oběma algoritmy je pro první tři varianty menší než 1 % a jejich trend lze označit za shodný. Od varianty 4 však lze pozorovat výrazné odchylky mezi oběma algoritmy. U L-algoritmu se zvýšila výstupní křivost (trubka se méně vyrovnala) oproti předchozím variantám, kdežto E-algoritmus pokračuje ve stejném trendu. U varianty 6 se rozdíl opět snížil na 1 %, tato skutečnost lze však přisuzovat náhodě. Lze tedy říci, že pro stanovení výstupní křivosti jsou pro trubku s vnějším průměrem $D = 70\text{mm}$ oba algoritmy do poměru $d/D = 0,43$ ve výborné shodě a pro vyšší hodnoty tohoto poměru je E-algoritmus nevyhovující.

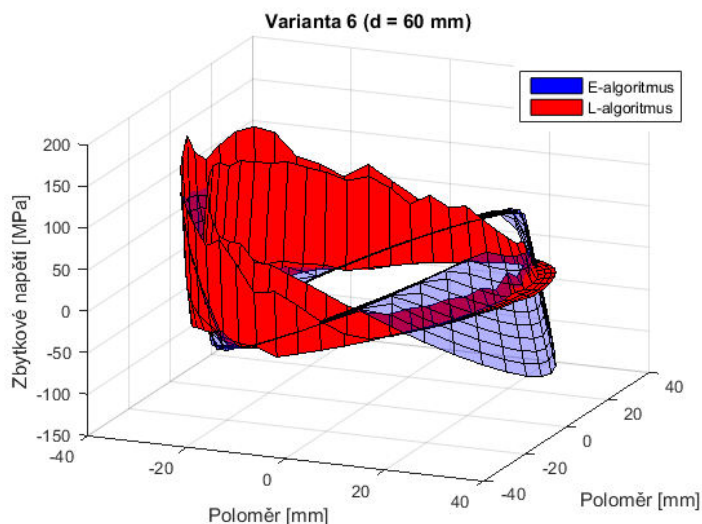
7.2. Zbytková napjatost

Jelikož se u E-algoritmu uvažuje pouze jednoosá napjatost, a to napjatost v meridiánovém směru trubky, bude i u L-algoritmu vyhodnocována pouze tato napjatost, která bude dále označována jako zbytková napjatost.

U L-algoritmu se zbytková napjatost vyhodnocovala na 3. části tyče (část s nejjemnější sítí). Na této části se hledal příčný průřez s maximálními hodnotami zbytkového napětí, který byl následně vyhodnocován. V následujících grafech jsou zobrazeny průběhy zbytkového napětí po příčném průřezu obou algoritmů pro jednotlivé zkoumané varianty.



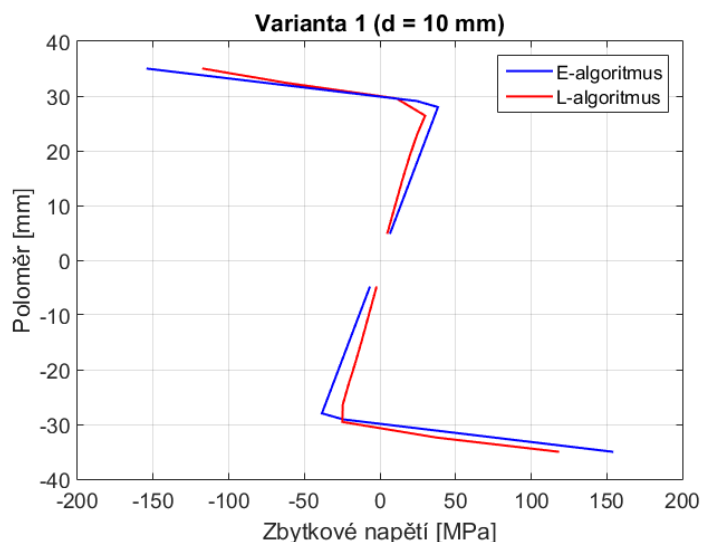


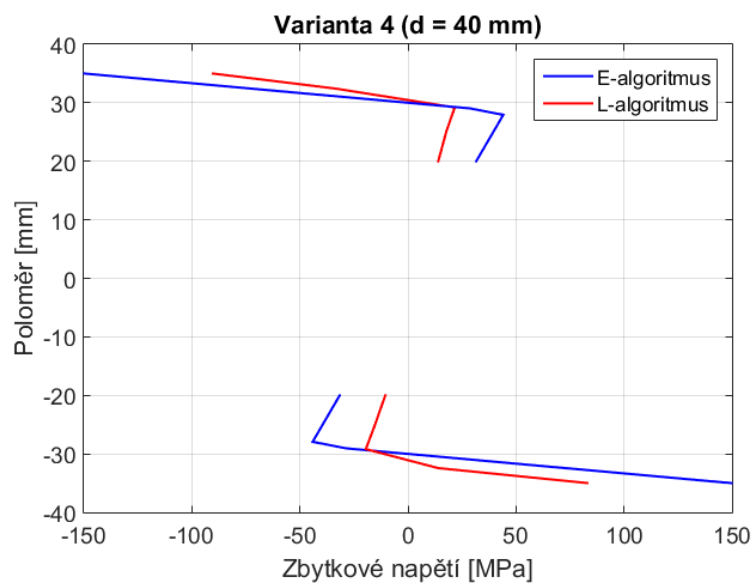
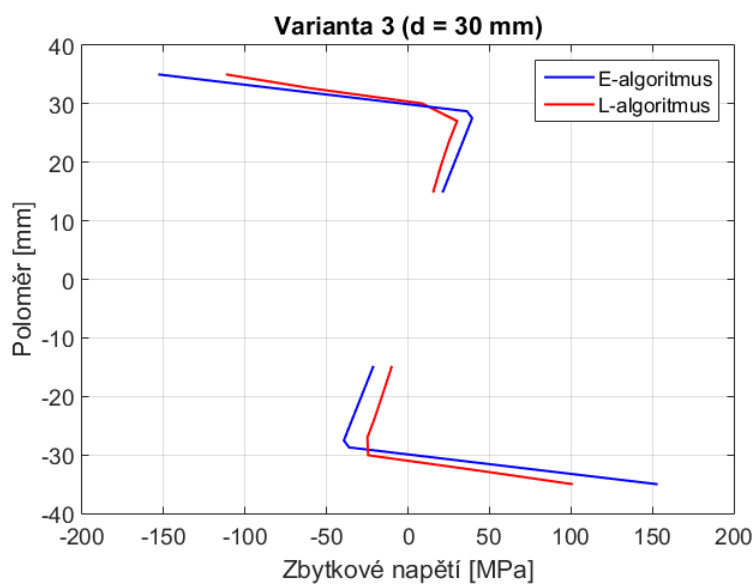
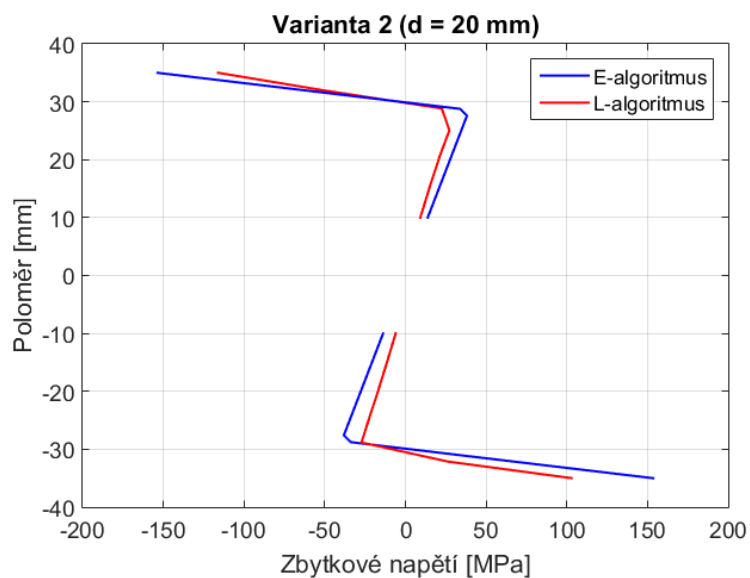


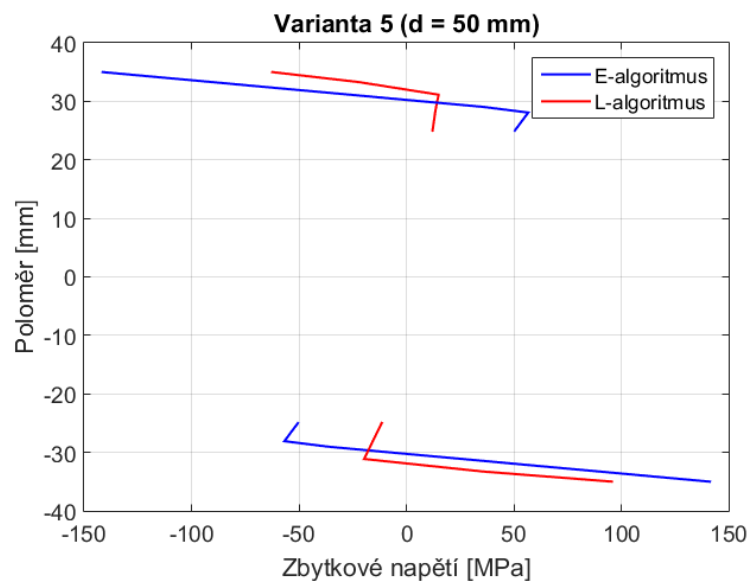
Obr. 47: Průběh zbytkového napětí po příčném průřezu

Z jednotlivých průběhů zbytkové napjatosti je patrné, že u 1-5. varianty je rozložení zbytkového napětí po průřezu pro oba algoritmy shodné, naopak u 6. varianty se výrazně liší. Relativně dobrá shoda mezi oběma algoritmy je u 1-3. varianty, kde se rozložení zbytkového napětí po průřezu liší v jednotkách MPa, u variant 4-5 je již rozdíl mezi algoritmy výraznější. Taktéž si lze všimnout, že maximální (i minimální) hodnota zbytkového napětí získaná z E-algoritmu na okrajích trubky ve všech variantách je vyšší než u hodnot z L-algoritmu. Příčinou tohoto následku může u L-algoritmu být nedostatečně jemná síť na příčném průřezu trubky u vnějšího průměru, jelikož pro testování konvergence a diskretizace sítě byl použit velmi zjednodušený výpočtový model. Druhou možností, proč tento jev nastal, může být skutečnost, že u E-algoritmu není vztah mezi válcem a trubicí řešen jako kontaktní úloha, ale pomocí okrajových podmínek.

Pro lepší znázornění výsledných hodnot byl v rovině maximálních zbytkových napětí vytvořen „řez“, na kterém bylo možné zobrazit výsledné hodnoty zbytkového napětí ve 2D grafech. Varianta 6 z důvodu rozdílného průběhu napětí již nebyla takto upravována.







Obr. 48: Průběh zbytkového napětí na příčném průřezu v rovině maximálních zbytkových napětí

Z těchto grafů je patrný fakt, že rozložení zbytkového napětí je u obou algoritmů stejné, nýbrž jsou hodnotově posunuté. Větší rozdíly vznikají na spodní části trubky, kde na jejím okraji je napětí tahového charakteru. U 1-5. varianty trubka zplaztizovala až do 5mm pod povrchem. Konkrétní hodnoty zbytkového napětí byly porovnávány na vnitřním i vnějším poloměru trubky a jsou uvedeny v Tab. 10.

		Varianta 1				Varianta 2			
		Vyhodnocované poloměry r_σ [mm]				Vyhodnocované poloměry r_σ [mm]			
		35	5	-5	-35	35	10	-10	-35
σ_{zbyt} [MPa]	L-algorithmus	-116,8	5,0	-2,4	117,8	-116,0	9,2	-6,0	102,9
	E-algorithmus	-153,7	6,9	-6,9	153,7	-153,5	13,8	-13,8	153,5

		Varianta 3				Varianta 4			
		Vyhodnocované poloměry r_σ [mm]				Vyhodnocované poloměry r_σ [mm]			
		35	15	-15	-35	35	20	-20	-35
σ_{zbyt} [MPa]	L-algorithmus	-111,1	15,6	-10,1	100,5	-90,2	14,0	-10,5	83,0
	E-algorithmus	-152,6	21,5	-21,5	152,6	-149,7	31,6	-31,6	149,7

		Varianta 5			
		Vyhodnocované poloměry r_σ [mm]			
		35	25	-25	-35
σ_{zbyt} [MPa]	L-algorithmus	-62,4	12,2	-11,5	95,6
	E-algorithmus	-141,3	50,5	-50,5	141,3

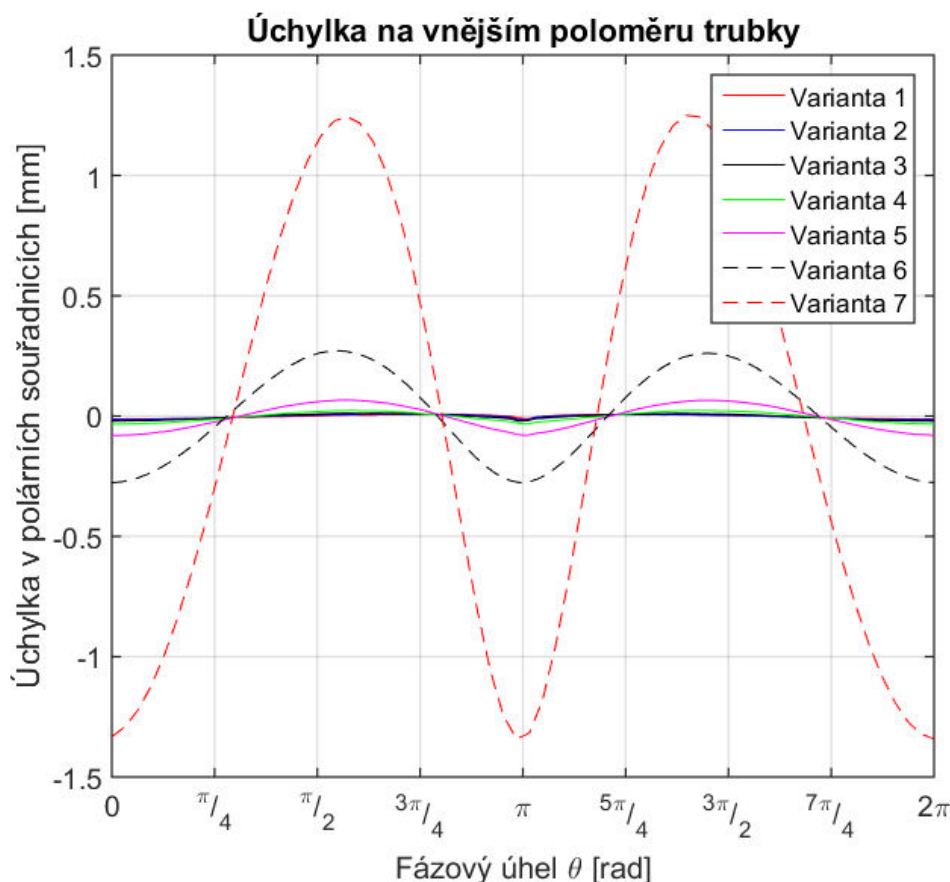
Tab. 10: Hodnoty zbytkové napjatosti vyhodnocované v rovině maximálních zbytkových napětí

Dále je nutné zdůraznit, že i když bylo vyhodnocováno pouze zbytkové napětí v meridiánovém směru, neznamená to, že v trubce jsou obvodová a radiální zbytková napětí nulová. U tyčí a silně tlustostěnných trubek jsou tato napětí v poměru k meridiánovému napětí malá. S rostoucí tenkostěnností trubky se však tato napětí stávají významnějšími a začínají mít podstatný vliv na vyrovnaní trubky.

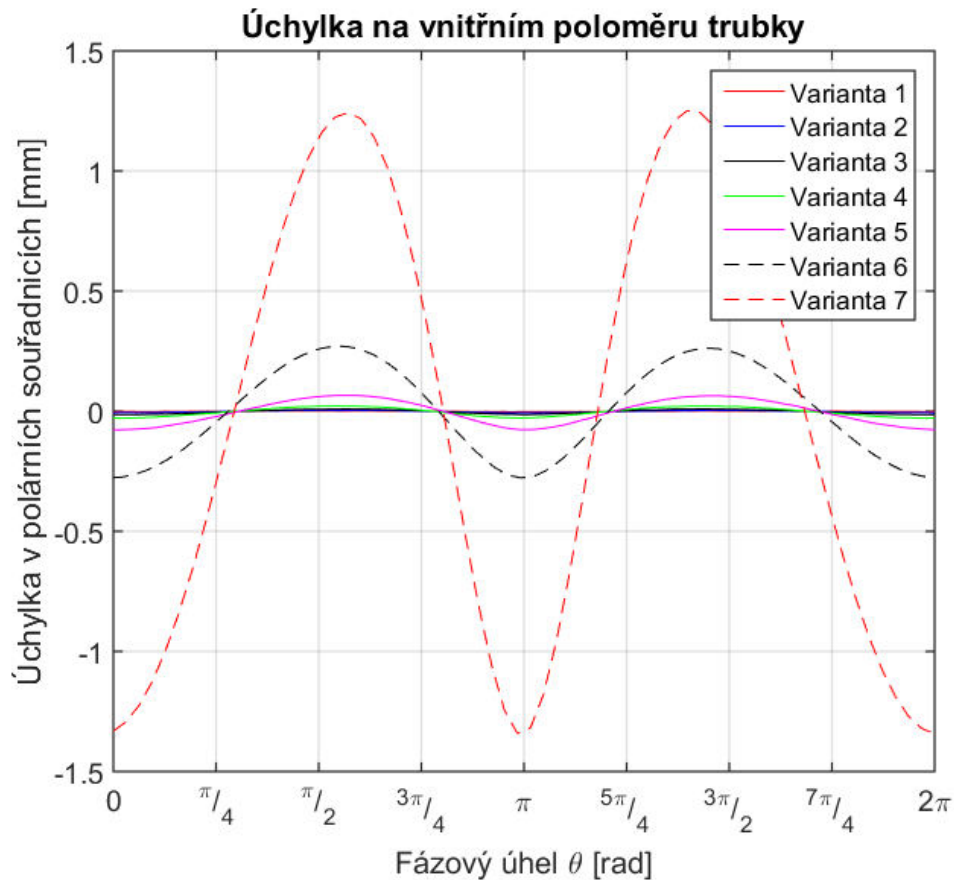
7.3. Kruhovitosť příčného průřezu

Úchylka kruhovitosti byla vyhodnocována na příčném průřezu umístěném v polovině 3. části trubky na vnějším i vnitřním poloměru. Byla zkoumána velikost úchyly po výpočtové simulaci rovnání, kdy již zkoumaný průřez byl mimo válce a dále i velikost úchyly, kdy průřez byl pod válcem H4.

Nejprve si rozebereme situaci, kdy se příčný průřez nacházel pod válcem. Výsledné průběhy úchyly kruhovitosti jsou zobrazeny na **Obr. 49** a **Obr. 50**. V těchto grafech je znázorněna úchylka kruhovitosti po obvodu vnějšího či vnitřního poloměru v polárních souřadnicích. Lze si také povšimnout, že jsou zahrnuty výsledky z varianty 7. Z grafů je patrné, že k nejvyšším úchylnám docházelo u tenkostěnnějších variant, konkrétně jsou tyto úchyly výrazné u 5-7 varianty. Hodnoty úchyly kruhovitosti pro tento případ jsou sepsány v **Tab. 11**.



Obr. 49: Úchylka kruhovitosti na vnějším poloměru trubky pod válcem H4



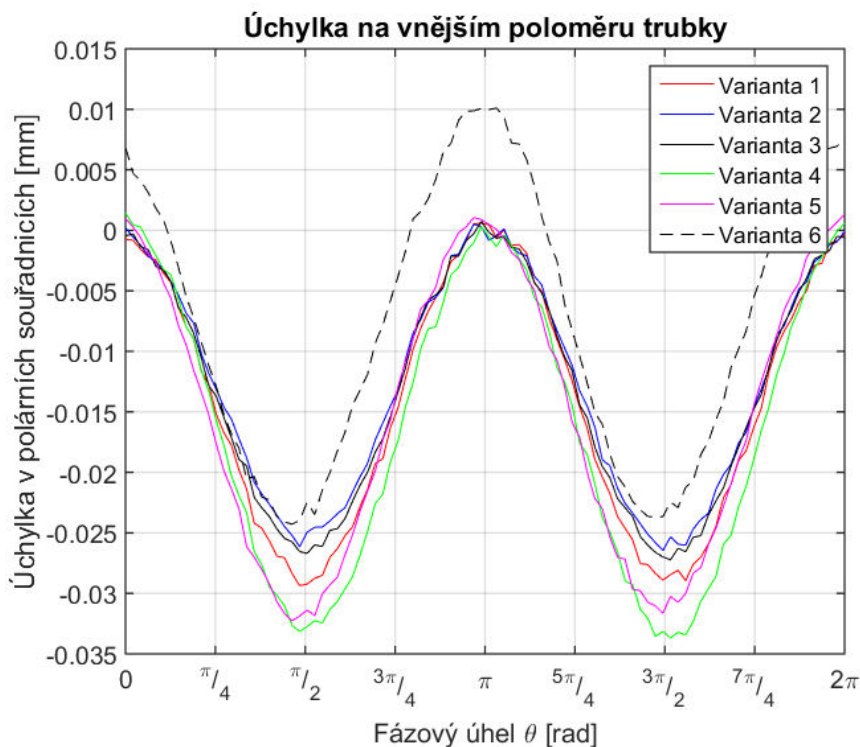
Obr. 50: Úchylka kruhovitosti na vnitřním poloměru trubky pod válcem H4

Úchylka kruhovitosti pod válcem H4 [mm]	Varianta	1	2	3	4	5	6	7
	Vnitřní průměr [mm]	10	20	30	40	50	60	68
	Vnější poloměr	0,0210	0,0241	0,0329	0,0570	0,1468	0,5491	2,5914
	Vnitřní poloměr	0,0052	0,0109	0,0240	0,0512	0,1431	0,5475	2,5925

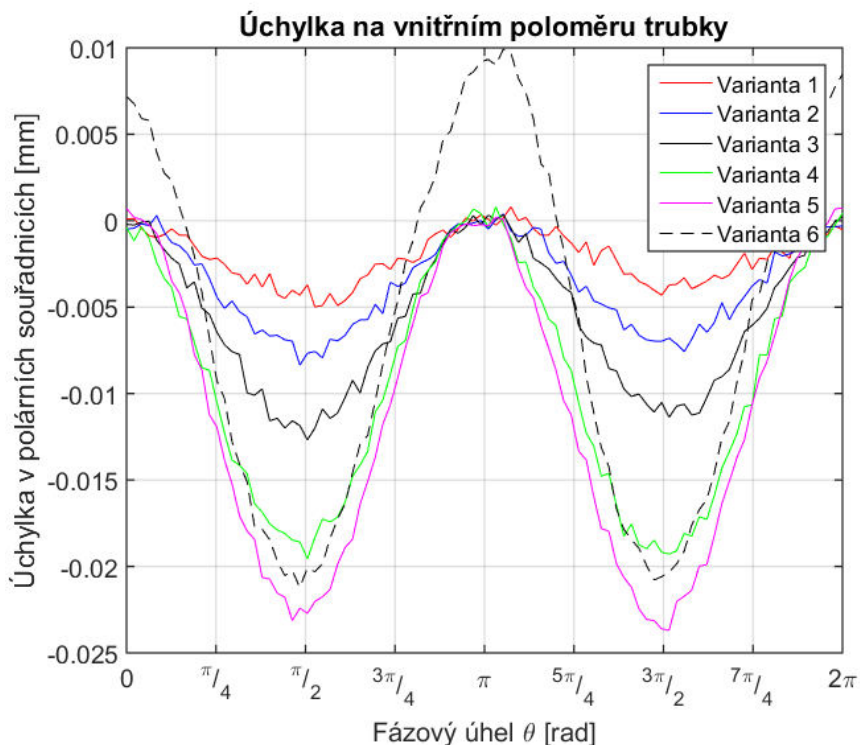
Tab. 11: Hodnoty úchylky kruhovitosti na příčném průřezu trubky pod válcem H4

U tenkostěnnějších trubek byl téměř stejně ovlivněn jak vnější, tak i vnitřní poloměr trubky. Naopak u trubek s vyšší hodnotou tloušťky příčného průřezu jsou již rozdíly v úchylně kruhovitosti výraznější. Tlustostěnnější trubky se totiž pod silou válce nezdeformují jako celek, ale lze říci, že dochází pouze k lokálním deformacím (nebo-li dochází pouze k lokálnímu vtlačování válce do trubky). Tenkostěnné trubky se již deformují jako celek, nebo-li probíhá zde proces ovalizace. Dále lze z výsledků pro variantu 7 usoudit, že se úlohu nepodařilo dořešit z důvodu příliš velkých deformací (a s tím souvisejícím nárůstem nelineárního chování), jelikož úloha byla řešena implicitním řešičem, který již silné nelinearity nezvládá.

Dále byla vyhodnocována úchylka kruhovitosti po simulaci rovnání, kde se příčný průřez již nevyskytoval v prostoru pod válci, ale v dostačující vzdálenosti za nimi. Výsledné průběhy úchylky kruhovitosti jsou znázorněny na **Obr. 51** a **Obr. 52**. Důvodem, proč křivky v grafech nejsou hladké, je ten, že se pohybujeme v řádu setin milimetrů. Aby křivky byly hladké, bylo by nutné mít mnohem jemnější konečno-prvkovou síť.



Obr. 51: Úchylka kruhovitosti na vnějším poloměru trubky po simulaci rovnání

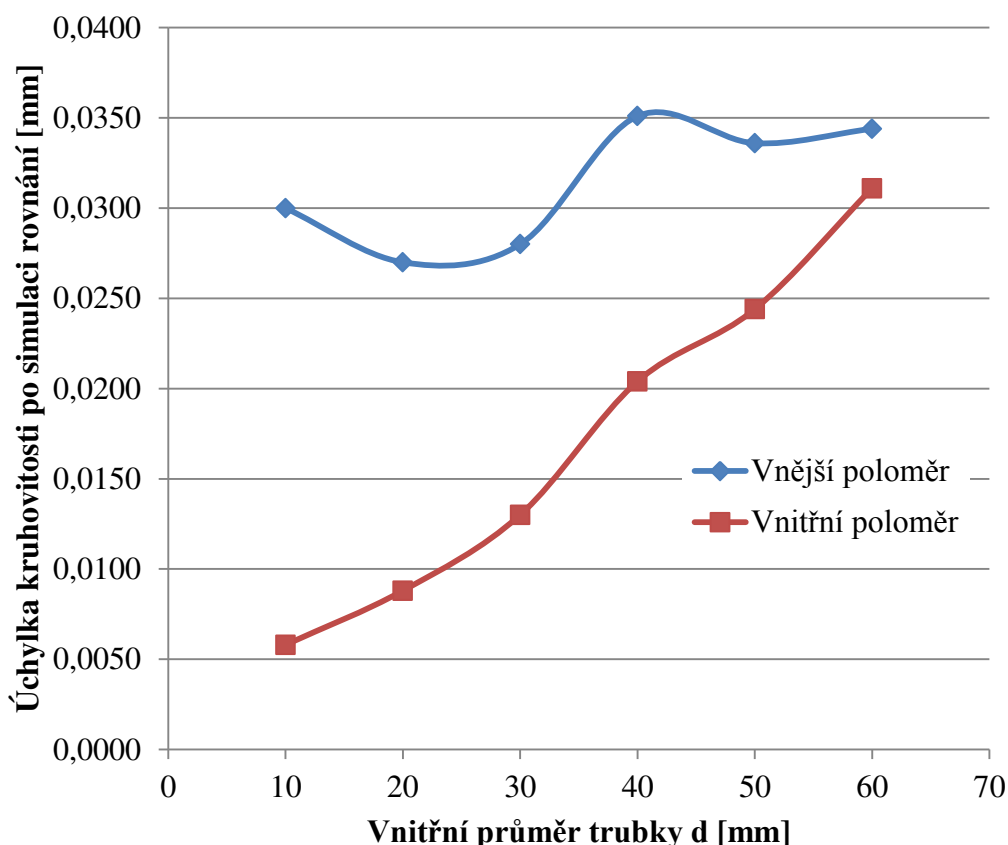


Obr. 52: Úchylka kruhovitosti na vnitřním poloměru trubky po simulaci rovnání

Úchylka kruhovitosti po simulaci rovnání [mm]	Varianta	1	2	3	4	5	6
	Vnitřní průměr [mm]	10	20	30	40	50	60
	Vnější poloměr	0,0300	0,0270	0,0280	0,0351	0,0336	0,0344
	Vnitřní poloměr	0,0058	0,0088	0,0130	0,0204	0,0244	0,0311

Tab. 12: Hodnoty úchylky kruhovitosti na příčném průřezu trubky po simulaci rovnání

Průběh úchylky kruhovitosti na vnějším poloměru příčného průřezu trubky je u prvních pěti variant stejný, nebo-li hodnota úchylky vzrostla v místech, kde docházelo ke zplaztizování příčného průřezu. V místech, kde k plastizaci nedocházelo, úchylka kruhovitosti klesá k nule. U 6. varianty však i v těchto místech je úchylka nenulová a její průběh je rozdílný od předchozích variant. Maximální úchylky kruhovitosti na vnějším poloměru u všech variant se pohybují v rozmezí od 0,027 do 0,0351 mm, což je relativně malá odchylka a lze říci, že u tenkostěnných trubek nedochází oproti tlustostěnným trubkám na vnějším poloměru k výraznému nárůstu této úchylky. To samé se však nedá říci o úchylce na vnitřním poloměru. Zde lze pozorovat přibližně lineární nárůst směrem od tlustostěnným k tenkostěnným trubkám. V případě 1. varianty je rozdíl mezi úchylkou na vnějším a vnitřním poloměru téměř 6-násobný, kdežto u 6. varianty se úchylky téměř shodují. Průběh maximálních hodnot na obou poloměrech v závislosti na vnitřním průměru trubky je vykreslen v grafu na Obr. 53.



Obr. 53: Průběh maximálních hodnot úchylek kruhovitosti po simulaci rovnání

7.4. Reakční síly na válcích

Reakční síly na válcích byly u L-algoritmu vyhodnocovány z druhého zatěžovacího kroku, kde byla stanovena jejich průměrná hodnota. Nebyla vyhodnocována reakční síla na přitlačných válcích, jelikož ty se do záběru téměř nedostávaly, jejich průměrná hodnota se tedy blížila k nule. Výsledné hodnoty sil jsou sepsány v **Tab. 13**. K největším rozdílům mezi oběma algoritmy docházelo na prvním a druhém dolním válci. K maximálnímu rozdílu došlo u 3. varianty, kde na druhém dolním válci byl rozdíl lehce přes 19 %. U variant 1-5 byly reakční síly získané z L-algoritmu vždy vyšší než síly z E-algoritmu. U varianty 6 došlo k situaci opačné.

Varianta 1 - Reakční síly [N]						
	H2	H4	H6	D1	D2	D3
L-algoritmus	173105,6	228158,8	33341,9	58137,3	284770,6	133275,8
E-algoritmus	163930,8	212424,9	32226,8	50731,8	234777,7	123326,5
Rozdíl [%]	5,30	6,90	3,34	12,74	17,56	7,47

Varianta 2 - Reakční síly [N]						
	H2	H4	H6	D1	D2	D3
L-algoritmus	171853,7	226833,5	33380,0	58718,1	285346,5	132541,5
E-algoritmus	162944,9	211023,3	32032,8	50426,7	233068,2	122585,6
Rozdíl [%]	5,18	6,97	4,04	14,12	18,32	7,51

Varianta 3 - Reakční síly [N]						
	H2	H4	H6	D1	D2	D3
L-algoritmus	165573,7	218119,3	31751,51	56593,9	280502,7	129752,5
E-algoritmus	158530,5	205304,6	31164,6	49060,9	226754,6	119267,0
Rozdíl [%]	4,25	5,88	1,85	13,31	19,16	8,08

Varianta 4 - Reakční síly [N]						
	H2	H4	H6	D1	D2	D3
L-algoritmus	151848,1	197724,7	28891,2	52283,4	239857,0	114623,7
E-algoritmus	146589,0	189828,6	28818,4	45366,1	209671,4	110290,5
Rozdíl [%]	3,46	3,99	0,25	13,23	12,58	3,78

Varianta 5 - Reakční síly [N]						
	H2	H4	H6	D1	D2	D3
L-algoritmus	124105,6	161043,3	23903,71	43338,4	189658,5	94426,7
E-algoritmus	121377,2	157182,9	23879,4	37564,4	173607,9	91321,1
Rozdíl [%]	2,20	2,40	0,10	13,32	8,46	3,29

	Varianta 6 - Reakční síly [N]					
	H2	H4	H6	D1	D2	D3
L-algoritmus	70198,1	89341,0	13423,1	23768,0	101339,2	50684,3
E-algoritmus	75494,1	97768,2	14875,1	23368	108020,4	56825,5
Rozdíl [%]	-7,54	-9,43	-10,82	1,68	-6,59	-12,12

Tab. 13: Reakční síly na válcích

7.5. Časová náročnost výpočtů

Jelikož je časová náročnost výpočtů závislá nejen na počtu uzlů v konečno-prvkové síti a na tom, jak moc je úloha nelineární, ale i na hardwaru, na kterém výpočtová simulace probíhala, je nutné uvést jeho důležité parametry.

Počítačová sestava byla složena z těchto hardwarových prvků:

- Procesor Intel Core i7-4720HQ, frekvence 2,6 GHz
Počet jader procesoru: 4 + 4 virtuální
- 16 GB RAM
- Grafická karta NVIDIA GeForce GTX 960M
- SSD disk

Například použití SSD disku se ukázalo jako velká výhoda. Byly pokusy pouštět výpočtové simulace i na HDD disku, aby se šetřila životnost disku SSD. Ukázalo se však, že skrz výrazně pomalejší zápisovou rychlost HDD disků byl poměr výpočtu jedné iterace substupu ku uložení hodnot přibližně 1:1, což vedlo k dvojnásobné časové náročnosti celé výpočtové simulace.

V následující tabulce je porovnání časové náročnosti všech variant u obou algoritmů. U L-algoritmu trvaly nejdéle první tři varianty, které obsahovaly největší počet uzlů, a to přibližně 14 až 15 dní. U variant 6 a 7 docházelo také k vyšší časové náročnosti výpočtu, úloha totiž začala mít výraznější problémy s konvergencí. Především u varianty 7, kterou se podařilo napočítat pouze do 57 % z celkové simulace, byly výrazné problémy s konvergencí, kde i těchto 57 % bylo řešeno 12 dní. U E-algoritmu trvaly výpočty v řádu pouze několika minut, což lze považovat za velkou výhodu. Porovnáme-li například dobu výpočtu u varianty 1, byl E-algoritmus přibližně 1200x rychlejší než L-algoritmus.

		L-algoritmus	E-algoritmus
		[dny]	[sekundy]
Varianta	1	15	1077
	2	14	926
	3	14	841
	4	8	746
	5	8	701
	6	10	537
	7	12	493

Tab. 14: Časová náročnost výpočtů

8. Závěr

Cílem diplomové práce bylo vytvořit pomocí MKP řadu modelů rovnání trubky založených na Lagrangeovském přístupu, následně provést verifikaci získaných výsledků s řešením z Eulerového algoritmu a kvantifikovat vliv tenkostěnnosti na velikost rozdílu mezi oběma přístupy.

Bylo nalezeno několik vědeckých článků zabývajících se touto problematikou. U většiny z nich se autoři snažili přijít s analytickým řešením, které následně potvrzovali experimenty či numerickými výpočty pomocí MKP v různých komerčních systémech. V žádném z těchto článků však nebyly uvedeny všechny potřebné údaje o rovnáče (např. natočení válců, přesahy válců, atd.). Proto se při tvorbě výpočtových modelů nakonec vycházelo z diplomové práce Ing. Marka Benešovského, který se ve své práci zabýval výpočtovými simulacemi rovnání tyčí na kosoúhlé rovnáče.

Bylo řešeno celkově 7 variant trubek s různou mírou tenkostěnnosti, kde pro diskretizaci sítě byl z důvodu možnosti popsat kruhovitost trubky volen kvadratický prostorový prvek. Sedmou variantu, kde tloušťka byla pouhý jeden milimetr, se podařilo vyřešit pouze do 57 %. U této varianty byla vyhodnocována pouze úchylka kruhovitosti příčného průřezu pod válcem. Aby bylo možné požadované výstupní parametry vyhodnotit, bylo nutné vytvořit několik maker a m-skriptů. Následně byly výstupní parametry porovnávány s řešením Eulerového algoritmu.

Při vyhodnocování výstupní křivosti trubky se ukázalo, že pro první tři varianty (nebo-li do poměru $D/d = 0,43$) je rozdíl mezi oběma algoritmy menší než 1 %, což lze považovat za výbornou shodu.

Co se týče zbytkové napjatosti v trubce, byl u všech variant pozorován výrazný rozdíl v napjatosti na okrajích trubky. Taktéž docházelo do poměru $D/d = 0,43$ k mírnému rozdílu mezi oběma algoritmy v průběhu napjatosti po celém vyhodnocovaném příčném průřezu. Při vyšších hodnotách daného poměru již docházelo k výraznějším rozdílům, kde např. u varianty 6 ($D/d = 0,86$) již byl průběh zbytkového napětí zcela odlišný.

Dále se ukázalo, že kruhovitost trubky na vnějším poloměru po výpočtové simulaci rovnání u tenkostěnných trubek výrazně neroste, ale zůstává přibližně stejná s trubkami tlustostěnnými. Byl však pozorován přibližně lineární nárůst úchylky kruhovitosti na vnitřním poloměru trubky s rostoucí mírou tenkostěnnosti. U varianty 6 ($D/d = 0,86$) docházelo k rozdílnému průběhu úchylky kruhovitosti na obou poloměrech.

K největšímu rozdílu při vyhodnocování reakčních sil na válcích docházelo na prvním a druhém dolním válci. Maximální rozdíl činil 19 % u třetí varianty.

Časová náročnost u Lagrangeového algoritmu byla výrazně vyšší než u algoritmu Eulerového. Eulerovský algoritmus byl přibližně 1200x rychlejší, což lze považovat za obrovskou výhodu. Pro případ, kdy by bylo cílem provést optimalizaci rovnáčky pro konkrétní úlohu, je prakticky nemožné tuto úlohu řešit Lagrangeovským algoritmem v rozumném časovém horizontu.

S ohledem ke zjištěným výsledkům lze konstatovat, že Eulerovský algoritmus lze do poměru $D/d = 0,43$ použít, aniž by došlo k výrazným rozdílům ve výstupních parametrech. Je však nutno zdůraznit, že tento poměr byl zjišťován pouze na trubce s vnějším průměrem $D = 70\text{mm}$. Aby bylo možné s jistotou stanovit hodnotu tohoto poměru, bylo by nutné provést verifikaci i na trubkách s rozdílnou velikostí.

Použitá literatura

Knihy

- [1] MARCINIAK, Zdzislaw. *Teorie tváření plechů*. Praha, SNTL, 1964, s. 259
- [2] DRASTÍK, František. *Přesnost strojních součástí podle mezinárodních norem: tolerování rozměrů a geometrických vlastností*. Ostrava: Montanex, 1996. ISBN 80-85780-18-6.
- [3] JANÍČEK, Přemysl. *Systémová metodologie: brána do řešení problémů*. Vyd. 1. Brno: Akademické nakladatelství CERM, 2014, 1 sv. (různé strankování). ISBN 978-80-7204-887-8.
- [4] PETRUŠKA, Jindřich. *MKP v inženýrských výpočtech*. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky.

Elektronické knihy

- [5] SEDLÁK, Josef a Radim HALAMA. *Teorie Plasticity: Základy inkrementální teorie plasticity* [online]. 2012 [cit. 2017-05-18]. Dostupné z: https://www.fs.vsb.cz/export/sites/fs/330/content/files/Teorie-plasticity_Zaklady-inkrementalni-teorie-plasticity.pdf
- [6] Přednášky z předmětu: *Nelineární úlohy mechaniky v MKP*. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky [online]. [cit. 2017-05-18]. Dostupné z: <http://www.umt.fme.vutbr.cz/cz/studium/studijni-materialy.html>
- [7] Řezníček, Jan. *Přednášky z technické plasticity*. České vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojní [online]. 2012 [cit. 2017-05-18]. Dostupné z: <http://readgur.com/doc/163262/p%C5%99edn%C3%A1%C5%A1ky>
- [8] SEDLÁK, Josef a Radim HALAMA. *Experimentální poznatky* [online]. 2012 [cit. 2017-05-18]. Dostupné z: https://www.fs.vsb.cz/export/sites/fs/330/content/files/Teorie-plasticity_Experimentalni-poznatky.pdf
- [9] ŘÍHOVÁ, Dana a Pavla KOTÁSKOVÁ. *Statické momenty a těžiště průřezů* [online]. [cit. 2017-05-18]. Dostupné z: http://user.mendelu.cz/qqrihova/zvm/PDF_TM/staticke_momenty.pdf

Články

- [10] DVORKIN, E.N., MEDINA F.M.: Finite element models for analyzing the straightening of steel seamless tubes. *Journal of engineering for industry*, Vol. 111, (1989), s. 351-355
- [11] DAS TALUKDER, N. K., SINGH, A. N.: Mechanics of bar straightening, Part1: General analysis of straightening process. *Journal of engineering for industry*, Vol. 113, (1991), s. 228-232

- [12] DAS TALUKDER, N. K., SINGH, A. N.: Mechanics of bar straightening, Part2: Straightening in cross-roll straighteners. *Journal of engineering for industry*, Vol. 113, (1991), s. 224-227
- [13] HUH, H., HEO, J.H., LEE, H.W.: Optimization of a roller levelling process for Al7001T9 pipes with finite element analysis nad Taguchi method, *International journal of machine tools & manufacture*, Vol.43, (2003), s. 345-350
- [14] HUANG, H.G., ZHENG, H.P., DU, F.S., WANG, W. Z.: Numerical Simulation Analysis on the Ten Cross Rolls Straightening Process of the Heavy Calibre Seamless Steel Tube, *Advanced Materials Research*, Vol.421, (2012), s. 56-59
- [15] ZHANG, Z.Q., YAN, Y.H., YANG, H.L.: A New Stress Mathematical Model of Deformation Zone while Straightening Thin-Walled Tube. *Advanced Materials Research*, Vol.652 - 654, (2013), s. 1488-1493
- [16] ZHANG, Z.Q., YAN, Y.H., YANG, H.L.: A simplified model of maximum cross-section flattening in continuous rotary straightening process of thin-walled circular steel tubes. *Journal of materials processing technology*, Vol.238, (2016), s. 305-314
- [17] PETRUŠKA, J., NÁVRAT, T., ŠEBEK, F.: Novel approach to computational simulation of cross roll straightening of bars, *Journal of Materials Processing Technology*, Vol.233, (2016), No.7, s. 53-67
- [18] PETRUŠKA, J., NÁVRAT, T., ŠEBEK, F.: A new model for fast analysis of leveling process, *Advanced Materials Research*, Vol. 586, (2012), No. 1, s. 389-393

Ostatní

- [19] ŽĎAS a.s., ŽĎAS a.s - Rovnačky tyčí a trubek [online]. 2017 [cit. 2017-05-18]. Dostupné z: <http://www.zdas.cz/cs/content.aspx?id=96>
- [20] PROKOP, Tomáš. *Návrh výroby součástí „dolní válec“ pro firmu ŽĎAS*. Brno 2014. Diplomová práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Ústav strojírenské technologie. 60 s. 7 příloh. Vedoucí diplomové práce Ing. Milan Kalivoda.
- [21] HUDEČEK, J. *Návrh rovnačky XRK 9-50*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2014. 111 s. Vedoucí diplomové práce Ing. Jiří Omes, Ph.D..
- [22] BENEŠOVSKÝ, M. *Výpočtová simulace kosoúhlého rovnání tyčí*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2015. 105 s. Vedoucí diplomové práce prof. Ing. Jindřich Petruška, CSc..
- [23] ČSN EN ISO 1101. *Geometrické tolerování - Tolerance tvaru, orientace, umístění a házení*. Praha: Český normalizační institut, 2006.
- [24] ČSN ISO 2768-2. *Všeobecné tolerance. Část 2: Nepředepsané geometrické tolerance*. Praha: Český normalizační institut, 1994.

- [25] Nonlinear finite elements/Lagrangian and Eulerian descriptions. <https://en.wikiversity.org> [online]. [cit. 2017-05-18]. Dostupné z: https://en.wikiversity.org/wiki/Nonlinear_finite_elements/Lagrangian_and_Eulerian_descriptions
- [26] NÁVRAT, T. *Nový přístup k výpočtové simulaci procesu rovnání dlouhých vývalků*. Brno, 2015. Habilitační práce. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky.
- [27] SAS IP, INC. Ansys Help 15.0.

Seznam použitých symbolů a veličin

Symbol	Jednotka	Název
a	-	Počet prvků po poloměru (v radiálním směru)
b	-	Počet prvků po obvodu
c	mm	Velikost prvků po délce
d	mm	Vnitřní průměr trubky
dA	mm ²	Diferenciál plochy
dr	mm	Přírůstek poloměru elementární plochy
$d\varphi$	°	Přírůstek úhlu elementárního prvku
d_{\max}	mm	Průměr obalové kružnice největší úchylky kruhovitosti
d_{\min}	mm	Průměr obalové kružnice nejmenší úchylky kruhovitosti
D	mm	Vnější průměr trubky
D1-3		Dolní válce
e	mm	Délka hlavní poloosy hyperboloidu
E	MPa	Modul pružnosti v tahu
E_T	MPa	Modul zpevnění
f		Funkce plasticity
$f(\sigma)$		Funkce plasticity pro obecný stav napjatosti
$\bar{f}(\sigma)$		Podmínka plasticity
f_s	-	Součinitel smykového tření
F_{Hi}, F_{Di}	kN	Síly na válcích
g	mm	Délka vedlejší poloosy hyperboloidu
H1-6		Horní válce
H_{iy}	mm	Přesazení horních válců
$H_{i\varphi y}, D_{i\varphi y}$	°	Úhlové natočení válců
k	1/m	Křivost
k_m	mm/m	Křivost na metr
L	mm	Celková délka válce
L_p	mm	Pracovní plocha válce
M_{EL}	N.mm	Elastický moment
M_o	N.mm	Ohybový moment
M_{PL}	N.mm	Plastický moment
$N(x,y,z)$		Bázová funkce
\mathbf{o}		Sloupcová matice objemového zatížení
\mathbf{p}		Sloupcová matice plošného zatížení
P	J	Potenciál vnějšího zatížení
Q	MPa	Plastický potenciál
r	mm	Poloměr elementární plochy
r_{\max}	mm	Poloměr obalové kružnice největší úchylky kruhovitosti
r_{\min}	mm	Poloměr obalové kružnice nejmenší úchylky kruhovitosti
r_{Hnum}	-	Počet horních válců
r_p	-	Počet elementů mezi 2ma sousedními válci
r_v	-	Rozteč válců

r_{σ}	mm	Poloměry, na kterých se provádělo vyhodnocení zbytkových napětí
Re	MPa	Mez kluzu
u_i, v_j, w_k	mm	Neznámé parametry posuvů
\mathbf{u}		Sloupcová matice posuvů
U_x	mm ³	Statický moment
y	mm	Vzdálenost elementárního prvku
W	J	Energie napjatosti
W_o	mm ³	Modul průřezu
W_{o_el}	mm ³	Modul průřezu při elastické deformaci
W_{o_pl}	mm ³	Zcela zplaztizovaný modul průřezu
Δ	mm	Úchylka kruhovitosti
ϵ		Sloupcová matice přetvoření
ϵ_c	-	Celkové přetvoření
ϵ_{el}	-	Elastická složka přetvoření
ϵ_{pl}	-	Plastická složka přetvoření
ϵ_{Re}	-	Přetvoření na mezi kluzu
λ	-	Plastický multiplikátor
μ	-	Poissonovo číslo
Π	J	Celková potenciální energie
ρ	m	Poloměr zakřivení
σ		Sloupcová matice napětí
$\sigma_{1,2,3}$	MPa	Hlavní napětí
σ_{el}^*	MPa	Fiktivní elastické napětí
σ_{ep}	MPa	Elastoplastické napětí
σ_{max}	MPa	Maximální hodnota napětí
σ_o	MPa	Ohybové napětí
σ_{zbyt}	MPa	Zbytkové napětí
ϕ_x	°	Úhel pootočení dolních válců
Ω		Obecné těleso
FSI		Fakulta strojního inženýrství
LSS		Lokální souřadnicový systém
MKP		Metoda konečných prvků
ÚMTMB		Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky
VUT		Vysoké učení technické

Seznam obrázků

<i>Obr. 1: Schéma rovnačky na plech</i>	<i>15</i>
<i>Obr. 2: Schéma kosoúhlého rovnání.....</i>	<i>16</i>
<i>Obr. 3: Dvouválcová rovnačka XRK 2-90 [21]</i>	<i>17</i>
<i>Obr. 4: Víceválcová rovnačka [19]</i>	<i>17</i>
<i>Obr. 5: Kontaktní oblast mezi válcem a tyčí/trubkou a) jednobodový styk, b) dvoubodový styk, c) ideální liniový styk.....</i>	<i>18</i>
<i>Obr. 6: Plastická deformace v diagram σ-ϵ při jednoosé napjatosti</i>	<i>19</i>
<i>Obr. 7: Znázornění plochy plasticity HMM u ideálně elastoplastického materiálu</i>	<i>20</i>
<i>Obr. 8: Zákon plastického tečení na ploše plasticity</i>	<i>21</i>
<i>Obr. 9: Vývoj plochy plasticity u izotropního zpevnění</i>	<i>22</i>
<i>Obr. 10: Vývoj plochy plasticity u kinematického zpevnění</i>	<i>22</i>
<i>Obr. 11: Ideálně elastoplastický model</i>	<i>23</i>
<i>Obr. 12: Bilineární elastoplastický model</i>	<i>23</i>
<i>Obr. 13: Multilineární elastoplastický model</i>	<i>24</i>
<i>Obr. 14: Schéma trubky zatížené ohybovým momentem.....</i>	<i>24</i>
<i>Obr. 15: Schéma výpočtu statického momentu</i>	<i>25</i>
<i>Obr. 16: Závislost mezi poměry momentů a průměrů.....</i>	<i>26</i>
<i>Obr. 17: Ohybová napjatost po příčném průřezu a) při prvních makroplastických deformacích, b) při elastoplastických deformacích, c) při zplaztizování celého průřezu</i>	<i>27</i>
<i>Obr. 18: Grafický popis výpočtu zbytkového napětí</i>	<i>28</i>
<i>Obr. 19: Obalové kružnice.....</i>	<i>29</i>
<i>Obr. 20: Oválný příčný průřez.....</i>	<i>29</i>
<i>Obr. 21: Průběh úchylka kruhovitosti po příčném průřezu zobrazená v polárních souřadnicích.....</i>	<i>30</i>
<i>Obr. 22: a) Oválný příčný průřez, b) Zborcený příčný průřez</i>	<i>31</i>
<i>Obr. 23: Lagrangeův a Eulerův přístup.....</i>	<i>32</i>
<i>Obr. 24: Konečno-prvková síť a) pro Lagrangeův přístup, b) pro Eulerův přístup</i>	<i>33</i>
<i>Obr. 25: Schéma prvku SOLID 186 [27]</i>	<i>37</i>
<i>Obr. 26: Schéma prvku CONTA174[27]</i>	<i>38</i>
<i>Obr. 27: Schéma prvku TARGE 174 [27].....</i>	<i>38</i>
<i>Obr. 28: a) Model hyperbolického válce, b) řez hyperbolickým válcem</i>	<i>40</i>
<i>Obr. 29: Rozmístění válců v rovnačce</i>	<i>40</i>
<i>Obr. 30: Model geometrie válců a trubky.....</i>	<i>41</i>
<i>Obr. 31: Ukázka kontaktních ploch</i>	<i>42</i>
<i>Obr. 32: Ukázka konečno-prvkové sítě na válcích.....</i>	<i>43</i>
<i>Obr. 33: Popis sítě a detail jednotlivých částí trubky.....</i>	<i>43</i>
<i>Obr. 34: Ukázka konečno-prvkové sítě trubky.....</i>	<i>44</i>
<i>Obr. 35: Ukázka konečno-prvkové sítě na příčných průřezích jednotlivých částí trubky.....</i>	<i>45</i>
<i>Obr. 36: První zatěžovací krok</i>	<i>45</i>
<i>Obr. 37: Druhý zatěžovací krok.....</i>	<i>46</i>
<i>Obr. 38: Nevhodný model geometrie</i>	<i>48</i>
<i>Obr. 39: „Contact“ a „target“ plochy „bonded“ kontaktu</i>	<i>48</i>
<i>Obr. 40: Model geometrie uzpůsobený pro tříbodový ohyb</i>	<i>49</i>

<i>Obr. 42: Ukázka průběhů meridiánového napětí na příčném průřezu trubky pro varianty 1-3</i>	<i>50</i>
<i>Obr. 41: Schéma konečno-prvkové sítě</i>	<i>50</i>
<i>Obr. 43: Testování okrajových podmínek - první případ</i>	<i>51</i>
<i>Obr. 44: Testování okrajových podmínek - třetí případ</i>	<i>51</i>
<i>Obr. 45: Vyhodnocovaná metrová část trubky</i>	<i>53</i>
<i>Obr. 46: Průběh výstupní křivosti v závislosti na vnitřním průměru trubky</i>	<i>54</i>
<i>Obr. 47: Průběh zbytkového napětí po příčném průřezu</i>	<i>57</i>
<i>Obr. 48: Průběh zbytkového napětí na příčném průřezu v rovině maximálních zbytkových napětí</i>	<i>59</i>
<i>Obr. 49: Úchylka kruhovitosti na vnějším poloměru trubky pod válcem H4</i>	<i>60</i>
<i>Obr. 50: Úchylka kruhovitosti na vnitřním poloměru trubky pod válcem H4</i>	<i>61</i>
<i>Obr. 51: Úchylka kruhovitosti na vnějším poloměru trubky po simulaci rovnání</i>	<i>62</i>
<i>Obr. 52: Úchylka kruhovitosti na vnitřním poloměru trubky po simulaci rovnání</i>	<i>62</i>
<i>Obr. 53: Průběh maximálních hodnot úchylek kruhovitosti po simulaci rovnání</i>	<i>63</i>

Seznam tabulek

<i>Tab. 1: Použité materiálové charakteristiky</i>	<i>39</i>
<i>Tab. 2: Základní rozměry hyperbolických válců.....</i>	<i>39</i>
<i>Tab. 3: Natočení válců [22]</i>	<i>40</i>
<i>Tab. 4: Geometrické charakteristiky příčného průřezu trubky.....</i>	<i>41</i>
<i>Tab. 5: Vstupní křivost</i>	<i>42</i>
<i>Tab. 6: Velikost prvků na válcích.....</i>	<i>43</i>
<i>Tab. 7: Parametry sítě</i>	<i>44</i>
<i>Tab. 8: Konvergence sítě.....</i>	<i>50</i>
<i>Tab. 9: Výstupní křivost</i>	<i>53</i>
<i>Tab. 10: Hodnoty zbytkové napjatosti vyhodnocované v rovině maximálních zbytkových napětí</i>	<i>59</i>
<i>Tab. 11: Hodnoty úchylky kruhovitosti na příčném průřezu trubky pod válcem H4</i>	<i>61</i>
<i>Tab. 12: Hodnoty úchylky kruhovitosti na příčném průřezu trubky po simulaci rovnání</i>	<i>63</i>
<i>Tab. 13: Reakční síly na válcích</i>	<i>65</i>
<i>Tab. 14: Časová náročnost výpočtů.....</i>	<i>65</i>

Seznam příloh

Součástí tištěné verze diplomové práce bylo CD, které obsahuje:

- Diplomová práce v elektronické podobě (formát pdf)
- adresář ANSYS
 - rovnani.wbpz - komprimovaný výpočtový soubor s použitým nastavením
- adresář MAKRA_ANSYS
 - makra MAPDL pro jednotlivé výstupní parametry
- adresář MAKRA_MATLAB
 - složky obsahující mskripty jednotlivých výstupních parametrů i s použitými výsledky
- adresář EXCEL
 - vysledky.xlsx - soubor s prezentovanými i neprezentovanými výsledky